

1 L'algorithme des soustractions successives permet de trouver le PGCD de deux entiers donnés. Il utilise la propriété suivante :
« a et b étant deux entiers positifs tels que a supérieur à b , $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; a - b)$. »

Sur un tableur, un élève a créé cette feuille de calcul pour trouver le PGCD de 2 277 et 1 449.

	A	B	C
1	a	b	$a - b$
2	2 277	1 449	828
3	1449	828	621
4	828	621	207
5	621	207	414
6	414	207	207
7	207	207	0

- 1°) En utilisant sa feuille de calcul, dire quel est le PGCD de 2 277 et 1 449.
2°) Quelle formule a-t-il écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur ?
3°) Retrouver le PGCD en utilisant l'algorithme d'Euclide (ou des divisions successives) en détaillant toute la démarche.

2 On pose $A = 5^2 + 2^2 \times 9$, $B = \frac{3^2}{4 + (-2)^2}$, $C = 1 - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$, $D = 5 \times 10^3 - 2 \times 10^2$, $E = \left[(-1)^2 + 3^2\right]^3$.

Donner l'écriture décimale de ces cinq nombres.

3 Recopier et compléter les phrases ci-dessous en détaillant les calculs.

- 1°) Pour $x = 2\sqrt{5}$, l'expression $x^2 + 2x + 1$ vaut
- 2°) L'équation $2x - 7 = 5x + 8$ a pour solution
- 3°) La fonction linéaire f telle que $f(5) = 3$ a pour coefficient :

4 On pose $E = (12x + 3)(2x - 7) - (2x - 7)^2$.

- 1°) Développer et réduire E.
2°) Factoriser E.
3°) Calculer E pour $x = 2$ et pour $x = -1$.
4°) Résoudre l'équation $E = 0$.

5 On pose $E = (x - 5)^2 - (x - 5)(7 - 2x)$.

- 1°) Développer et réduire E.
2°) Factoriser E.
3°) Résoudre l'équation $E = 0$.

6 J'ai cueilli 96 trèfles, certains sont à 3 feuilles et d'autres à 4 feuilles. On compte au total 293 feuilles.

- 1°) x désignant le nombre de trèfles à 3 feuilles, exprimer le nombre de trèfles à 4 feuilles en fonction de x .
2°) Ecrire et résoudre une équation donnant le nombre de trèfles à 3 feuilles.

7 On considère l'expression $E = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$.

- 1°) Développer et réduire E.
2°) Factoriser E.
3°) Calculer E lorsque $x = \frac{1}{2}$.
4°) Résoudre l'équation $E = 0$.

8 On donne $E = 9 - (2x - 1)^2$

- 1°) Développer et réduire E.
2°) Factoriser E.
3°) Calculer E pour $x = \frac{1}{3}$.
4°) Résoudre l'équation $E = 0$.

9 1°) Un confiseur reçoit une commande de caramels d'un montant de 120,40 €
Pour fidéliser son client, il décide d'accorder une remise de 20 %.
Calculer le montant de la facture après remise.

- 2°) Quelques jours plus tard, le confiseur répartit 301 caramels et 172 chocolats dans des sachets identiques.
a) Calculer le nombre maximal de sachets réalisables.
b) Calculer le nombre de caramels et le nombre de chocolats contenus dans un sachet.

10 Les trois parties sont indépendantes.

Partie 1

Un disquaire en ligne propose de télécharger légalement de la musique.

– Offre A : 1,20 € par morceau téléchargé avec un accès gratuit au site.

– Offre B : 0,50 € par morceau téléchargé moyennant un abonnement annuel de 35 €

1°) Calculer, pour chaque offre, le prix pour 30 morceaux téléchargés par an.

- 2°) a) Exprimer, en fonction du nombre x de morceaux téléchargés, le prix avec l'offre A.
b) Exprimer, en fonction du nombre x de morceaux téléchargés, le prix avec l'offre B.

3°) On considère les fonctions $f : x \mapsto 1,2x$ et $g : x \mapsto 0,5x + 35$.

- a) Laquelle des deux fonctions est une fonction linéaire ?
b) Représenter sur une page grand format dans un repère orthogonal les représentations graphiques D et D' respectives des fonctions f et g . On prendra 1 cm (ou un « gros carreau ») pour 10 morceaux en abscisse et 1 cm (ou un « gros carreau ») pour 10 € en ordonnée.
4°) Déterminer le nombre de morceaux pour lequel les prix sont les mêmes.
5°) Déterminer l'offre la plus avantageuse si on achète 60 morceaux à l'année.
6°) Si on dépense 80 €, combien de morceaux peut-on télécharger avec l'offre B ?

Partie 2

On admet qu'un morceau de musique représente 3Mo de mémoire (1Mo = 1 mégaoctet).

1°) Combien de morceaux de musique peut-on télécharger sur une clé USB d'une capacité de stockage de 256 Mo ?

2°) La vitesse de téléchargement d'un morceau de musique sur le site est de 10 Mo/s (mégaoctet par seconde). Combien de morceaux peut-on télécharger en deux minutes ?

Partie 3

Les créateurs du site réalisent une enquête de satisfaction auprès des internautes clients. Ils leur demandent d'attribuer une note sur 20 au site.

Le tableau suivant donne les notes de 50 internautes.

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	12	8	12	9	8

1°) Calculer la note moyenne obtenue par le site. Arrondir le résultat à l'unité.

2°) Déterminer la médiane de cette série en justifiant la démarche.

3°) L'enquête est jugée satisfaisante si 55 % des internautes ont donné une note supérieure ou égale à 14. Est-ce le cas ? Expliquer pourquoi.

11 On considère la pyramide SABCD ci-contre : la base est le rectangle ABCD de centre O ; AB = 40 cm ; BD = 50 cm.

La hauteur [SO] mesure 81 cm.

1°) Calculer AD.

2°) Calculer le volume de la pyramide SABCD.

3°) Soit O' le point de [SO] tel que $SO' = 54$ cm.

On coupe la pyramide par le plan passant par O' et parallèle à sa base.

a) Quelle est la nature de la section A'B'C'D' obtenue ?

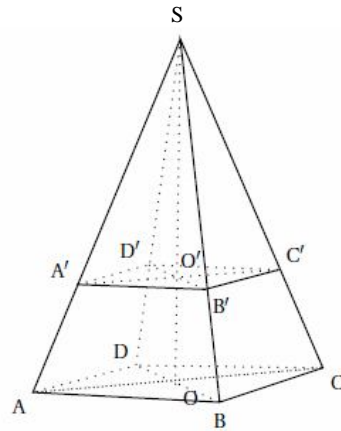
b) La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD.

Donner le coefficient de réduction.

c) Quel est le volume de SA'B'C'D' ?

4°) a) Calculer la tangente de l'angle SAO.

b) Donner la valeur arrondie à l'unité de la mesure en degrés de l'angle \widehat{SAO} .



Correction

- 1) En utilisant sa feuille de calcul, le PGCD de 2 277 et 1 449 est 207 (dernière différence non nulle).
- 2) La formule écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur est $= A2 - B2$.