1ère S1

Contrôle du mardi 22 novembre 2016 (50 minutes)

Prénom et nom : ………………………….…………

Note : ….. / 20

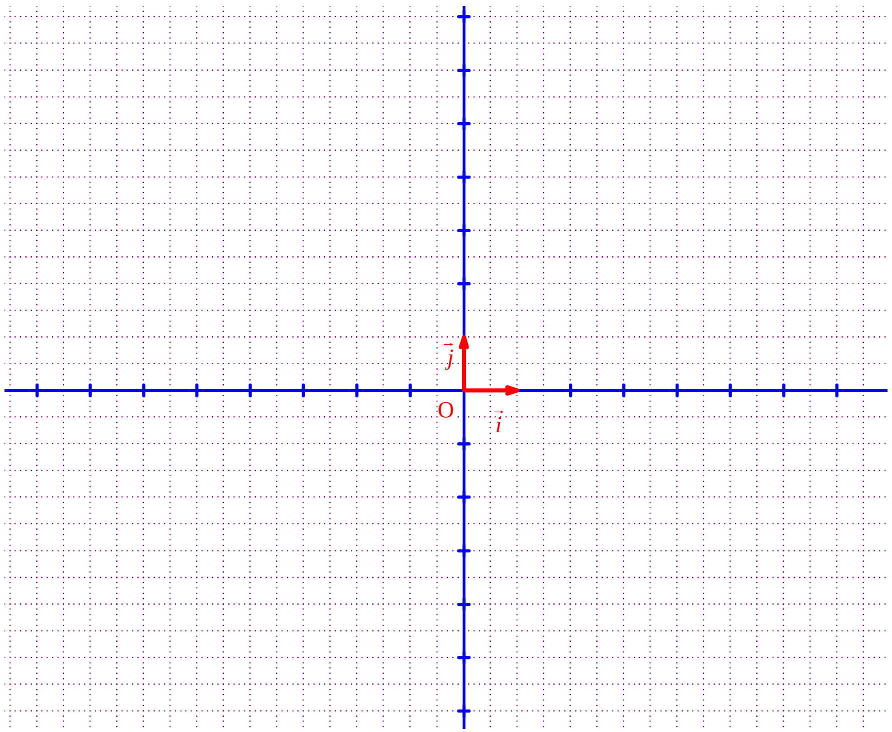
I. (7 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points ; 4°) 2 points)

On note $\mathscr{C}$ la parabole d'équation $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-3$ dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Préciser sans justifier les coordonnées du sommet S de $\mathscr{C}$.

S $\left| \begin{array}{l} x_{\mathrm{S}} = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{\mathrm{S}} = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$

2°) Placer S sur le graphique ci-dessous et tracer $\mathscr{C}$ avec soin sur le graphique ci-dessous.



3°) Préciser les abscisses des points d'intersection A de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses. Répondre en donnant les valeurs exactes sous la forme la plus simple possible, sans égalités, séparées par une virgule.

……………………………………………………………….

4°) On considère l'algorithme ci-contre dans lequel les variables x et y sont des réels.

Entrée :
Saisir x

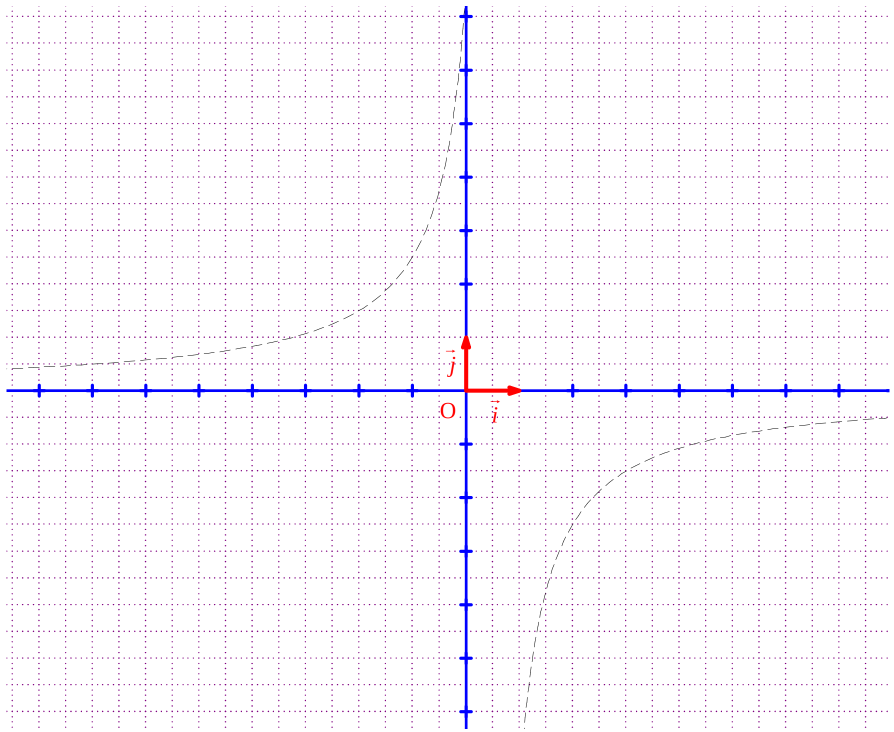
Traitement :
Si $|x| \geqslant 2$
  alors y prend la valeur $\dfrac{15}{2-4x}$
  Sinon
  y prend la valeur $\frac{1}{2}(x-1)^2-3$
FinSi

Sortie :
Afficher y

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un réel x est donnée par la valeur de y affichée en sortie par cet algorithme.

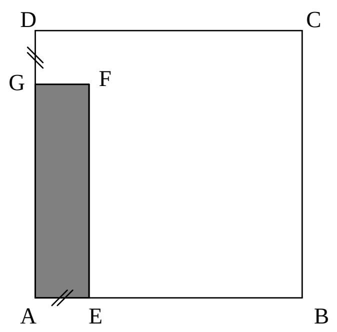
Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe d'équation $y=\dfrac{15}{2-4x}$.

Tracer en vert la représentation graphique de f.



II. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point)

On considère un carré ABCD de côté 6 cm. Soit E et G deux points variables appartenant respectivement aux côtés $[AB]$ et $[AD]$ tels que $AE = DG$. Soit F le point tel que le quadrilatère AEFG soit un rectangle.



1°) On note x la longueur AE en centimètres.
Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}$ du rectangle AEFG en cm^2.

……….....

……….....

……….....

……….....

……….....

2°) Former sans explication le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto 6x - x^2$ sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
On utilisera la règle pour tracer les flèches de variations.

Compléter les phrases suivantes décrivant les variations de f sur $[0 ; 6]$.

La fonction f est ……………………………………………………… sur l'intervalle …………………… .

La fonction f est ……………………………………………………… sur l'intervalle …………………… .

3°) En déduire pour quelle valeur de x l'aire de AEFG est maximale et donner la valeur de l'aire maximale.
Répondre en rédigeant correctement selon le modèle suivant à recopier et compléter sur les lignes ci-dessous.

D'après la question précédente, l'aire de AEFG est maximale pour $x =$............. ; dans ce cas, cette aire est égale à

…………………….... . »

……….....

……….....

III. (3 points : 1°) 2 points ; 2°) 1 point)

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{2x+1}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1°) Déterminer la forme canonique de $f(x)$ pour $x \neq 1$.

……….....

……….....

……….....

……….....

2°) À l'aide de cette forme, déterminer trois fonctions de référence u, v, w telles que f soit la composée (l'enchaînement) de u suivie de v suivie de w. On fera attention à l'ordre de composition.

$u : x \mapsto$ …………………… $v : x \mapsto$ …………………… $w : x \mapsto$ ……………………

IV. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

On dispose de trois sacs S_1, S_2, S_3 contenant des jetons marqués chacun par une lettre. Le sac S_1 contient trois jetons marqués A, B, C. Le sac S_2 contient deux jetons marqués C et D. Le sac S_3 contient deux jetons marqués E et F. On tire au hasard dans l'ordre un jeton de S_1, puis un jeton de S_2 et enfin un jeton de S_3. On obtient alors un « mot » de trois lettres. Répondre chaque fois par un seul résultat sous forme de fraction irréductible, sans égalité.

1°) Quelle est la probabilité d'obtenir le mot BDE ?
2°) Quelle est la probabilité d'obtenir un mot avec la lettre C ?
3°) Quelle est la probabilité d'obtenir un mot avec une seule consonne ?

1°) ………..   2°) ………..   3°) ………..

Corrigé du contrôle du 22-11-2016

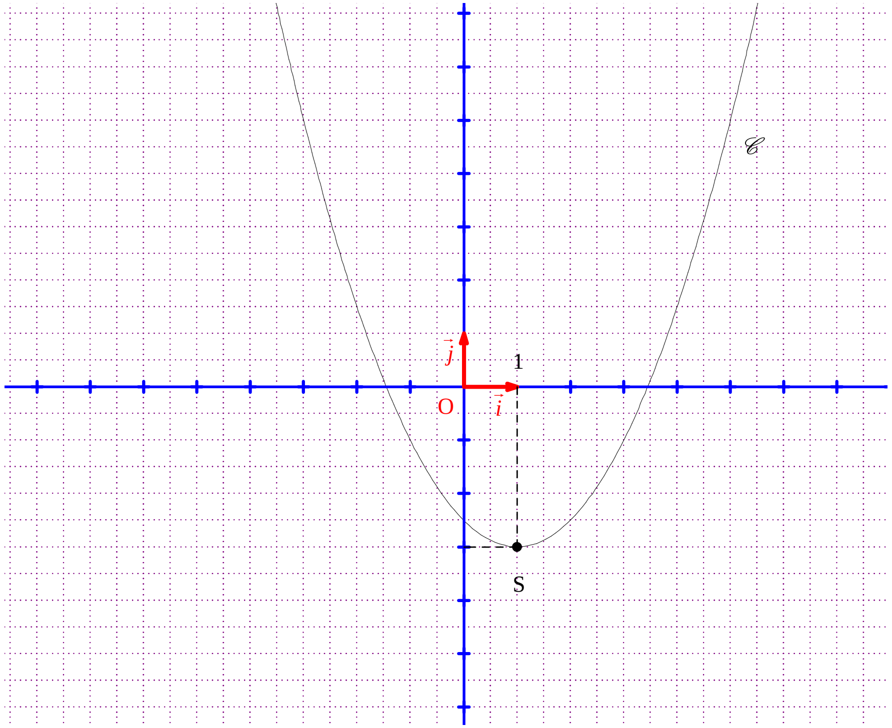
I.

On note $\mathscr{C}$ la parabole d'équation $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-3$ dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Préciser sans justifier les coordonnées du sommet S de $\mathscr{C}$.

$$\mathrm{S}\left|\begin{array}{l} x_{\mathrm{S}}=1 \\ y_{\mathrm{S}}=-3 \end{array}\right.$$

2°) Placer S sur le graphique ci-dessous et tracer $\mathscr{C}$ avec soin sur le graphique ci-dessous.



3°) Préciser les abscisses des points d'intersection A de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses. Répondre en donnant les valeurs exactes sous la forme la plus simple possible, sans égalités, séparées par une virgule.

$$1+\sqrt{6}\ ;\ 1-\sqrt{6}$$

On résout l'équation $\frac{1}{2}(x-1)^2-3=0$.

Cette équation est successivement équivalente à :

$\frac{1}{2}(x-1)^2=3$

$(x-1)^2=6$

$x-1=\sqrt{6}$ ou $x-1=-\sqrt{6}$

$x=1+\sqrt{6}$ ou $x=1-\sqrt{6}$

4°) On considère l'algorithme ci-contre dans lequel les variables x et y sont des réels.

Entrée :
Saisir x

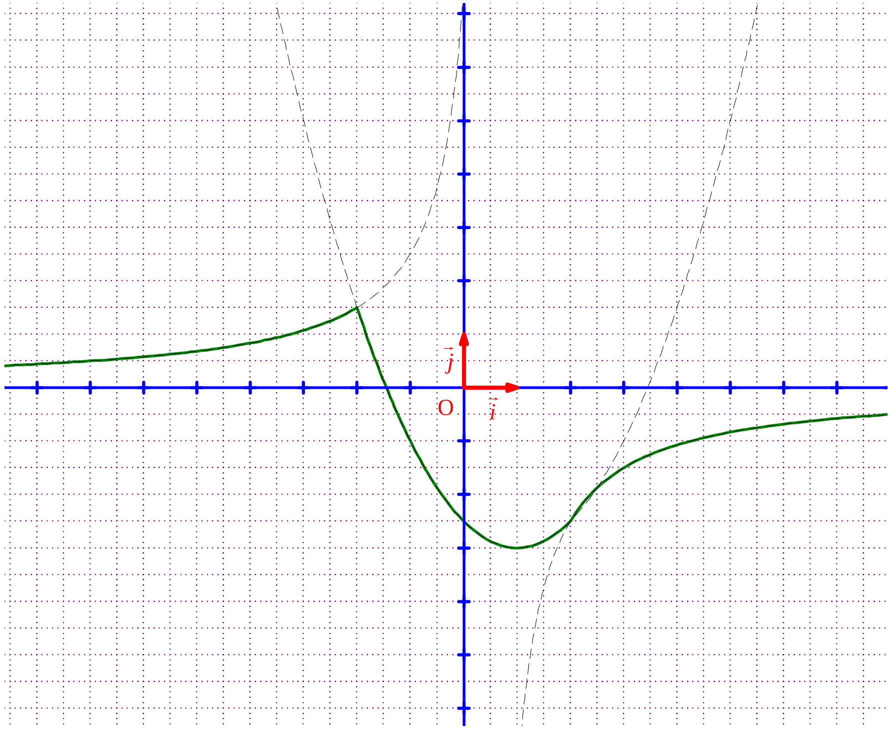
Traitement :
Si $|x|\geqslant 2$
  alors y prend la valeur $\frac{15}{2-4x}$
  Sinon
  y prend la valeur $\frac{1}{2}(x-1)^2-3$
FinSi

Sortie :
Afficher y

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un réel x est donnée par la valeur de y affichée en sortie par cet algorithme.

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe d'équation $y=\frac{15}{2-4x}$.

Tracer en vert la représentation graphique de f.



La condition $|x| \geqslant 2$ est équivalente à $x \leqslant -2$ ou $x \geqslant 2$.

Donc on sélectionne les portions de la courbe d'équation $y = \dfrac{15}{2-4x}$ sur $]-\infty\,;-2]$ et sur $[2\,;+\infty[$.

La représentation graphique de f est confondue avec $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[-2\,;2]$.

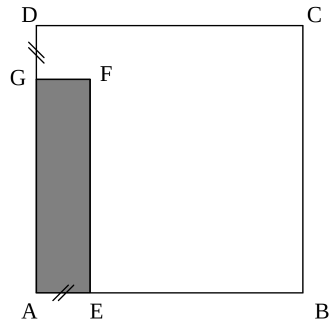
Il y a un raccordement parfait aux points d'abscisses – 2 et 2.

Le point d'abscisse 2 de la courbe d'équation $y = \dfrac{15}{2-4x}$ a pour ordonnée $\dfrac{15}{2-4\times 2} = -\dfrac{15}{6} = -\dfrac{3}{2}$.

Le point $A\left(2\,;-\dfrac{3}{2}\right)$ appartient aussi à la parabole $\mathscr{C}$.

II.

On considère un carré ABCD de côté 6 cm. Soit E et G deux points variables appartenant respectivement aux côtés $[AB]$ et $[AD]$ tels que $AE = DG$. Soit F le point tel que le quadrilatère AEFG soit un rectangle.



1°) On note x la longueur AE en centimètres.
Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}$ du rectangle AEFG en cm^2.

$$\mathscr{A} = AE \times AG$$

$$= x \times (6 - x)$$

$$= 6x - x^2$$

2°) Former sans explication le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto 6x - x^2$ sur l'intervalle $[0\,;6]$.
On utilisera la règle pour tracer les flèches de variations.

x	0		3		6
Variations de f	0	$\nearrow$	9	$\searrow$	0

Compléter les phrases suivantes décrivant les variations de f sur $[0\,;6]$.

La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;3]$.
La fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[3\,;6]$.

3°) En déduire pour quelle valeur de x l'aire de AEFG est maximale et donner la valeur de l'aire maximale.
Répondre en rédigeant correctement selon le modèle suivant à recopier et compléter sur les lignes ci-dessous.

D'après la question précédente, l'aire de AEFG est maximale pour $x =$ .... ; dans ce cas, cette aire est égale à

……………………... . »

D'après la question précédente, l'aire de AEFG est maximale pour $x = 3$; dans ce cas, cette aire est égale à

9 cm^2.

III.

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{2x+1}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1°) Déterminer la forme canonique de $f(x)$ pour $x \neq 1$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad f(x) = \frac{2(x-1)+3}{x-1}$$

$$= \frac{2(x-1)}{x-1} + \frac{3}{x-1}$$

$$= 2 + \frac{3}{x-1}$$

2°) À l'aide de cette forme, déterminer trois fonctions de référence *u*, *v*, *w* telles que *f* soit la composée (l'enchaînement) de *u* suivie de *v* suivie de *w*. On fera attention à l'ordre de composition.

$u : x \mapsto x-1$ $\qquad$ $v : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ $\qquad$ $w : x \mapsto 2+3x$

On a le schéma :

$$x \mapsto \underbrace{x-1}$$

$$X \mapsto \underbrace{\frac{1}{x}}$$

$$Y \mapsto 2+3Y$$

IV.

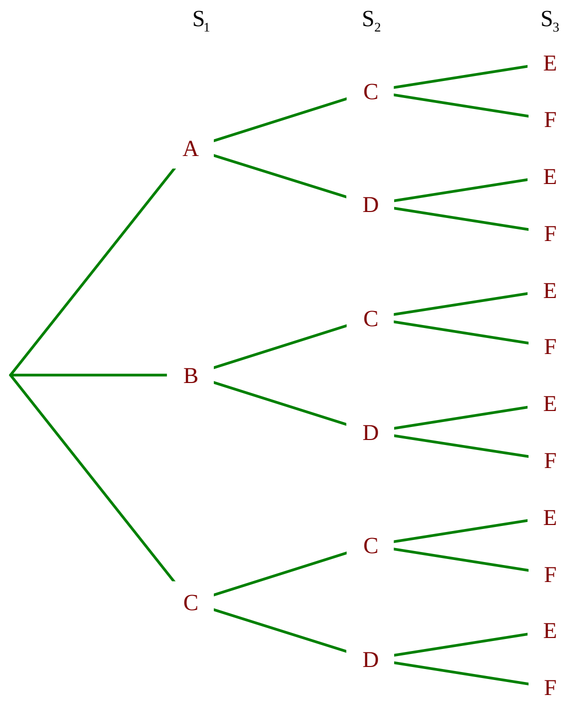
On dispose de trois sacs S_1, S_2, S_3 contenant des jetons marqués chacun par une lettre. Le sac S_1 contient trois jetons marqués A, B, C. Le sac S_2 contient deux jetons marqués C et D. Le sac S_3 contient deux jetons marqués E et F. On tire au hasard dans l'ordre un jeton de S_1, puis un jeton de S_2 et enfin un jeton de S_3. On obtient alors un « mot » de trois lettres. Répondre chaque fois par un seul résultat sous forme de fraction irréductible, sans égalité.

1°) Quelle est la probabilité d'obtenir le mot BDE ?
2°) Quelle est la probabilité d'obtenir un mot avec la lettre C ?
3°) Quelle est la probabilité d'obtenir un mot avec une seule consonne ?

1°) $\dfrac{1}{12}$ $\qquad$ 2°) $\dfrac{2}{3}$ $\qquad$ 3°) $\dfrac{1}{6}$

On dresse un arbre de possibilités. Il y a 12 issues à l'expérience aléatoire.

1°) $\qquad$ 2°) $\dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad$ 3°) $\dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$



2°) Les mots que l'on peut obtenir contenant la lettre C sont : ACE, ACF, BCE, BCF, CCE, CCF, CDE, CDF.

3°) Les mots que l'on peut obtenir ne contenant qu'une consonne sont ACE et ADE.