

Réciproque d'une propriété

①

Les propriétés mathématiques (notamment au collège) sont souvent de la forme :

« **Si la partie 1 est vérifiée, alors la partie 2 est vérifiée** ».

Exemple :

On considère la proposition* :

« **Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France.** »

La Normandie étant une région de France, une personne habitant en Normandie, habite donc en France.

On dit que la proposition « **Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France.** » est vraie.

Cette proposition est alors appelée **propriété**.

* Une **proposition** est une phrase mathématique ; cette phrase peut être vraie ou fausse.

②

En inversant le sens de la proposition, « **Si la partie 2 est vérifiée, alors la partie 1 est vérifiée** », on en change complètement la signification.

Cette nouvelle proposition est appelée proposition **réciproque**. Elle peut être **vraie** ou **fausse**.

Exemple :

La proposition réciproque de « **Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France.** »
est « **Si j'habite en France, alors j'habite en Normandie.** »

Cette nouvelle proposition est fausse. Une personne vivant en France, n'habite pas forcément en Normandie.
Cette proposition réciproque est fausse, ce n'est pas une propriété.

③ Exercice :

Dans chaque cas :

1°) Préciser si la proposition énoncée est vraie ou fausse. Expliquer la réponse.

2°) a) Énoncer la proposition réciproque. Préciser si cette proposition réciproque est vraie ou fausse.

b) Expliquer la réponse.

1 « Si j'habite à Londres, **alors** j'habite en Angleterre. »

2 « Si je prends mon parapluie, **alors** il pleut. »

3 « Si je suis en classe de 1^{ère}, **alors** je suis lycéen. »

4 « Si j'ai moins de 18 ans, **alors** je suis mineur. »

5 « Si je suis fils unique, **alors** je n'ai pas de frère. »

6 « Si un nombre entier est pair, **alors** ce nombre est un multiple de 2. »

7 « Si un nombre entier se termine par 0, 3, 6 ou 9, **alors** ce nombre est un multiple de 3. »

8 « Si un nombre entier est divisible par 10, **alors** ce nombre est divisible par 2. »

9 « Si je suis un parallélogramme, **alors** mes diagonales se coupent en leur milieu. »

10 « Si je suis un losange, **alors** mes diagonales sont perpendiculaires. »

11 « Si je suis un carré, **alors** je suis un rectangle. »

12 « Si $AI = IB$, **alors** le point I est le milieu du segment [AB]. »

④ Complément : le mot « réciproque » dans le langage courant

Exemple :

Roméo  Juliette

Roméo aime Juliette.

Juliette aime Roméo.

On parle d'un « **amour réciproque** ».