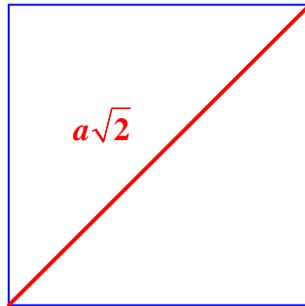


Calculs de longueurs

① Diagonale d'un carré

- Formule

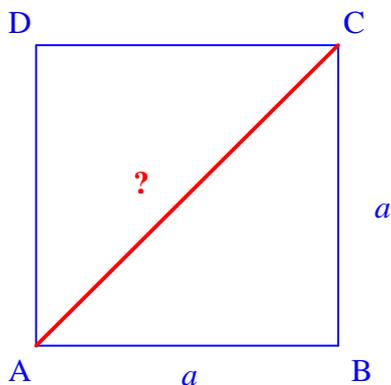


La diagonale d'un carré de côté a a pour longueur $a\sqrt{2}$.

On notera que dans un carré les deux diagonales ont la même longueur.

• Démonstration

On considère un carré ABCD de côté a ($a > 0$).



Exprimons AC en fonction de a .

On se place dans le triangle ABC.
Ce triangle est rectangle isocèle en a .

Donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{D'où } AC^2 = a^2 + a^2$$

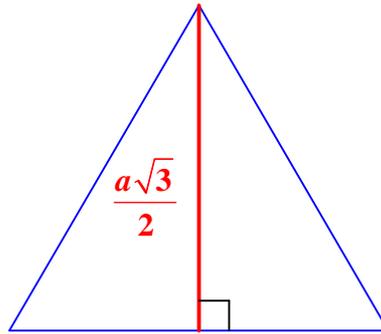
$$\text{Donc } AC^2 = 2a^2 .$$

$$\text{Par suite, } AC = \sqrt{2a^2} .$$

$$\text{Donc } AC = a\sqrt{2} \text{ car } a > 0 .$$

② Hauteur d'un triangle équilatéral

- Formule



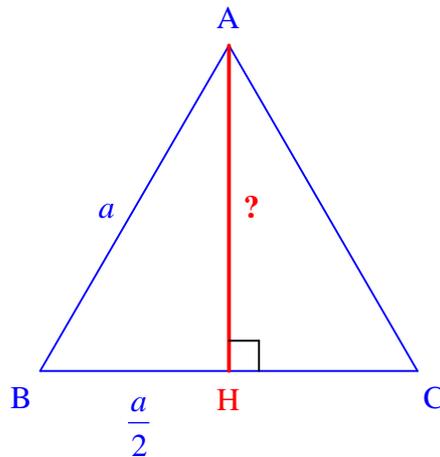
La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a a pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

On notera que dans un triangle équilatéral les trois hauteurs ont la même longueur.

• Démonstration

On considère un triangle ABC de côté a ($a > 0$).

On note H le pied de la hauteur issue de A.



Exprimons AH en fonction de a .

Comme ABC est équilatéral, H est le milieu de [BC].

$$\text{Donc } BH = \frac{a}{2}.$$

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABH rectangle en H, on a :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\text{D'où } AH^2 = AB^2 - BH^2$$

$$\text{Donc } AH^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

$$\text{Par suite, } AH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Donc } AH^2 = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{On en déduit que } AH = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}.$$

$$\text{Donc } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ car } a > 0.$$

Résumé

- Carré de côté a

Les diagonales ont pour longueur $a\sqrt{2}$.

- Triangle équilatéral de côté a

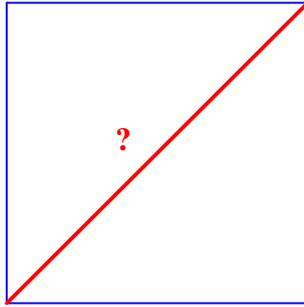
Les hauteurs ont pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

On retiendra que pour démontrer ces deux formules on utilise le théorème de Pythagore.

Pour apprendre

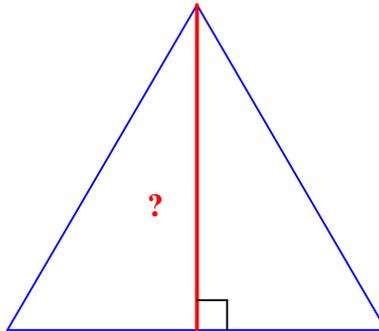
① Formules

- Diagonale d'un carré



La diagonale d'un carré de côté a a pour longueur

- Hauteur d'un triangle équilatéral



La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a a pour longueur

② Démonstrations

Faire les démonstrations des deux formules par écrit.