

FONCTION LOGARITHME

FONCTION EXPONENTIELLE

$$f(x) = \ln x$$

$$g(x) = e^x$$

$$x > 0$$

$$D_f =]0; +\infty[$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$y = e^x \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x = \ln y \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = e^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

TABLEAUX DE VARIATIONS

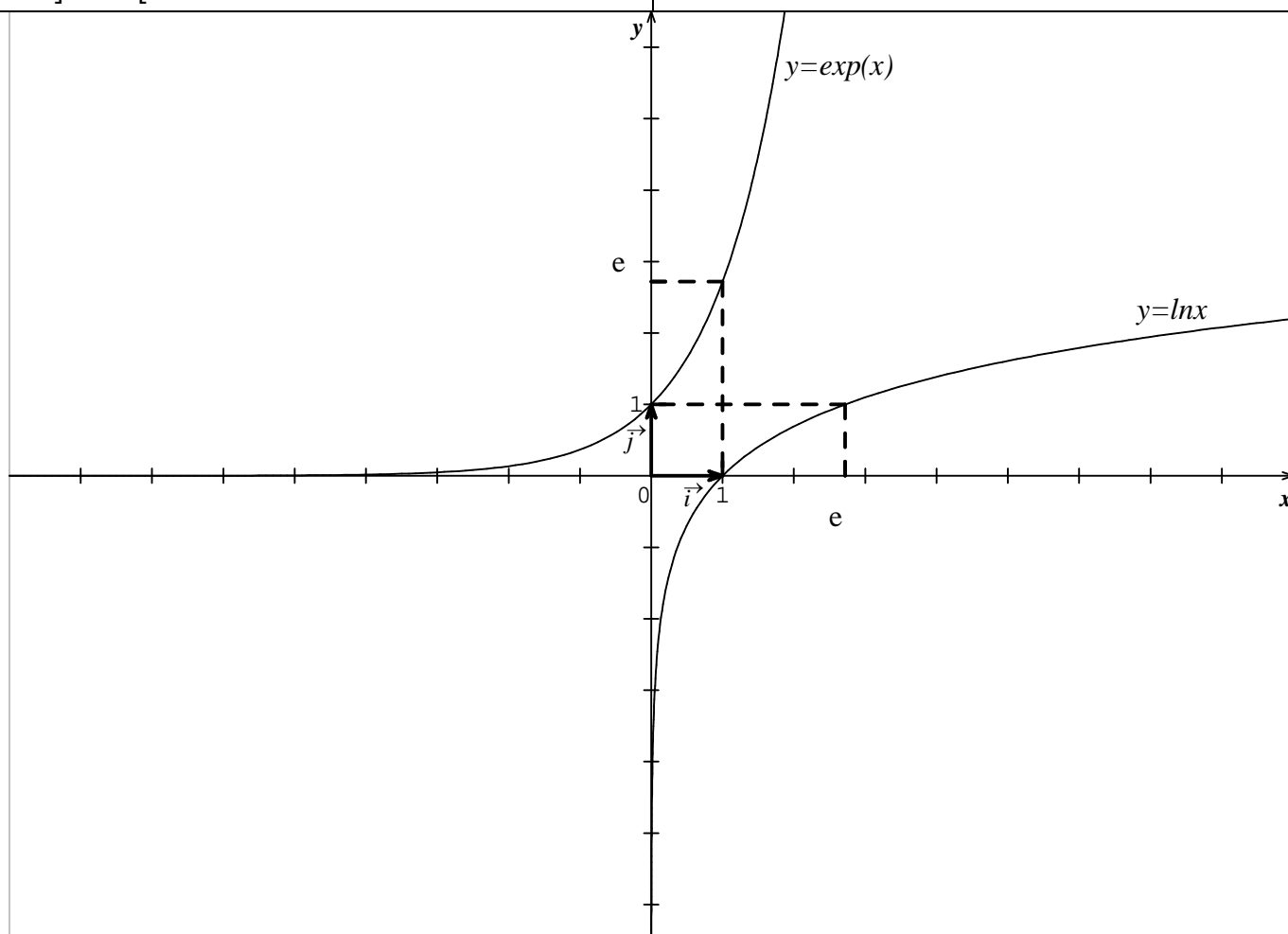
x	0		$+\infty$
$\ln x$		\nearrow	$+\infty$
	$-\infty$		

x	$-\infty$		$+\infty$
e^x		\nearrow	$+\infty$
	0		

Si $x \in]0; 1[$, alors $\ln x < 0$

Si $x \in]1; +\infty[$, alors $\ln x > 0$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$$



CALCULS

$\ln 1 = 0$	$e^0 = 1$
$\ln e = 1$	$e^1 = e$
$\ln(ab) = \ln a + \ln b$	$e^a \times e^b = e^{a+b}$
$\ln(a^n) = n \ln a$	$(e^a)^n = e^{na}$
$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$	$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$	$\frac{1}{e^a} = e^{-a}$
$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$	$\sqrt{e^a} = e^{\frac{a}{2}}$
$\ln e^x = x$	$e^{\ln x} = x$

FONCTIONS ASSOCIEES

$\ln u(x) \quad (u(x) > 0)$	$e^{u(x)}$
$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$	$(e^u)' = u' e^u$
$[\ln(ax+b)]' = \frac{a}{ax+b}$	$(e^{ax+b})' = a e^{ax+b}$

LIMITES PARTICULIERES

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x) = 0$
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1 \quad (\text{ou } \lim_{u \rightarrow 1} \frac{\ln u}{u-1} = 1)$	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

APPROXIMATIONS AFFINES TANGENTES

$\ln(1+h) = h + h\varepsilon(h)$ avec $\lim_{h \rightarrow 0} \varepsilon(h) = 0$	$e^h = 1 + h + h\varepsilon(h)$ avec $\lim_{h \rightarrow 0} \varepsilon(h) = 0$
$\ln(1+h) \approx h$ pour $h \ll \text{proche}$ de 0	$e^h \approx 1 + h$ pour $h \ll \text{proche}$ de 0