Bilan sur les limites des fonctions logarithme népérien et exponentielle

Sont rassemblées ici toutes les limites qui sont éparpillées un peu partout dans le cours, notamment les résultats sur les croissances comparées et les taux de variation.

n est un entier naturel.

$$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$$
$$\lim_{x\to0^+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$
$$\lim_{x\to0^+} \left(x\ln x\right) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \qquad \left(n\geq1\right)$$
$$\lim_{x\to0^+} \left(x^n\ln x\right) = 0 \qquad \left(n\geq1\right)$$

$$\lim_{h\to0} \frac{\ln\left(1+h\right)}{h} = 1$$
$$\lim_{x\to1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$$

$$\lim_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} \left(x\mathrm{e}^x\right) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^n} = +\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} \left(x^n\mathrm{e}^x\right) = 0$$

$$\lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$$

Bilan sur les équations différentielles

● Equations différentielles de la forme $y'=ay$

Les solutions de l'équation différentielle $y'=ay$ ($a\in\mathbb{R}$) sont les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right)=k\mathrm{e}^{ax}$ $\left(k\in\mathbb{R}\right)$.

● Equations différentielles de la forme $y'=ay+b$

Les solutions de l'équation différentielle $y'=ay+b$ ($\left(a\,;b\right)\in\mathbb{R}^2$, $a\neq0$) sont les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right)=k\mathrm{e}^{ax}-\dfrac{b}{a}$ $\left(k\in\mathbb{R}\right)$.