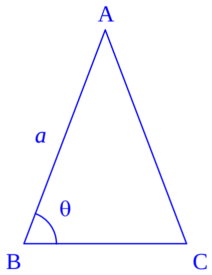
1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 21-3-2014 (30 minutes)

Prénom et nom : ………………………………………………..……………

Note : …….. **/ 20**

I. (3 points)



On considère un triangle ABC isocèle en A.
On pose $AB = a$ et $\widehat{ABC} = \theta$ rad.

Exprimer BC en fonction de a et de θ.

$BC =$ ....

II. (3 points)

Antoine et Charles s'affrontent dans un tournoi de ping-pong. Antoine gagne une partie contre Charles avec la probabilité $p = 0,6$.
On joue 9 parties. Il ne peut pas y avoir de match nul. Le vainqueur est celui qui a gagné le plus de parties.
Quelle est la probabilité que Charles gagne le tournoi ?

……………………………………… (valeur arrondie au millième)

III. (3 points)

Pour un examen, les candidats doivent répondre à un QCM. Il y a 50 questions et à chaque question, le candidat doit choisir entre 4 réponses dont une seule est la bonne.
Les rédacteurs du sujet d'examen souhaitent introduire un score éliminatoire de sorte qu'un candidat qui répondrait au hasard ait moins d'une chance sur 100 seulement de dépasser ce score.
Quel doit-être le score éliminatoire ?

…………………………

IV. (5 points)

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n + n - 4$.

1°) Calculer u_1 et u_2.

$u_1 =$ .... $\qquad u_2 =$ ....

2°) Exprimer u_n en fonction de u_{n-1} (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1).

…………………………………………………………

3°) « Rentrer » la suite (u_n) sur la calculatrice. Donner la valeur de u_{15}.

$u_{15} =$ ....

4°) Parmi les formules suivantes, une seule correspond à l'expression de u_n. Entourer la formule choisie.

$n^2 - 5n \qquad 3 - n - 3 \times 2^n \qquad 3 - n - 6^n$

V. (2 points : 1 point + 1 point)

On considère la suite (u_n) telle que $u_n = \sqrt{1 - \dfrac{3}{n}}$.

1°) Compléter la phrase :

La suite (u_n) est définie à partir de $n =$ ....

2°) Compléter l'égalité :

$1 - (u_n)^2 =$ ....

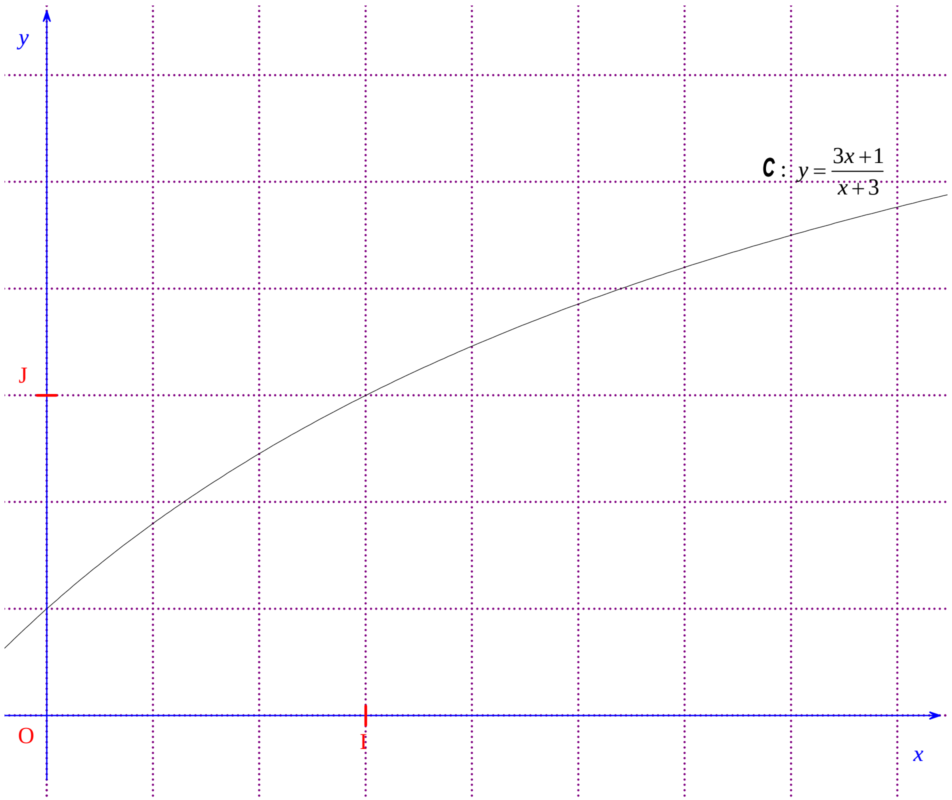
VI. (4 points : 3 points + 1 point)

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 1}{u_n + 3}$.

1°) On note $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = \dfrac{3x+1}{x+3}$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Sur le graphique ci-dessous, construire sur l'axe (Ox) les trois premiers termes de la suite (u_n) (sans effectuer de calculs !).

Laisser les traits de construction apparents.



2°) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au millième de u_4.

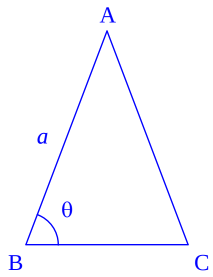
La valeur arrondie au millième de u_4 est ……………… .

Corrigé du contrôle du 21-3-2014

I.

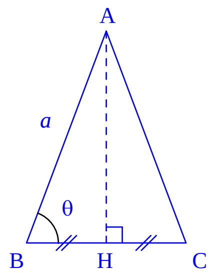
On considère un triangle ABC isocèle en A.
On pose $AB = a$ et $\widehat{ABC} = \theta$ rad.

Exprimer BC en fonction de a et de θ.



$$BC = 2a\cos\theta$$

On utilise la trigonométrie dans un triangle rectangle.
On considère pour cela le point H milieu de [BC].



Comme ABC est isocèle en A, H est le pied de la hauteur issue de H.
Donc le triangle ABH est rectangle en H.
On a donc $BH = a\cos\theta$.
Comme H est le milieu de [BC], on a : $BC = 2a\cos\theta$.

Une autre méthode consiste à utilise la formule du côté (ou théorème de Pythagore généralisé) à éviter cependant car bien trop compliqué ici.

II.

Antoine et Charles s'affrontent dans un tournoi de ping-pong. Antoine gagne une partie contre Charles avec la probabilité $p = 0,6$.
On joue 9 parties. Il ne peut pas y avoir de match nul. Le vainqueur est celui qui a gagné le plus de parties.
Quelle est la probabilité que Charles gagne le tournoi ?

0,267 (valeur arrondie au millième)

X : nombre de victoires de Charles

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0,4$.

L'événement « Charles gagne » correspond à « $X \geqslant 5$ ».

$$P(X \geqslant 5) = 1 - P(X < 5)$$
$$= 1 - P(X \leqslant 4) \leqslant$$
$$= 0,26656768$$ (valeur exacte obtenue en tapant $1 - \text{binomFRép}(9, 0.4, 4)$)

La valeur arrondie au millième de $P(X \geqslant 5)$ est 0,267.

III.

Pour un examen, les candidats doivent répondre à un QCM. Il y a 50 questions et à chaque question, le candidat doit choisir entre 4 réponses dont une seule est la bonne.
Les rédacteurs du sujet d'examen souhaitent introduire un score éliminatoire de sorte qu'un candidat qui répondrait au hasard ait moins d'une chance sur 100 seulement de dépasser ce score.
Quel doit-être le score éliminatoire ?

20

X : nombre de bonnes réponses (pour un candidat qui répond au hasard)

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,25$.

On cherche le score éliminatoire $s \in \mathbb{N}$ tel que $P(X > s) < 0,01$ (1).

(1) $\Leftrightarrow 1 - P(X \leqslant s) < 0,01$

Sur la calculatrice, on fait apparaître le tableau de valeurs de $1 - P(X \leqslant k)$ pour k entier naturel.
Dans $\boxed{f(x)}$, on tape $= 1 - \text{binomFRép}(50, 0.25, X)$.
On obtient un tableau.

On lit :

$1 - P(X \leqslant 19) = 0,01391...$

$1 - P(X \leqslant 20) = 0,00626...$

Donc on prend $s = 20$.

Il faut donc que les concepteurs du sujet fixent un score éliminatoire de 20 bonnes réponses.
Il y a moins d'une chance sur 100 qu'un candidat ayant répondu au hasard dépasse ce score.

IV.

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n + n - 4$.

1°) Calculer u_1 et u_2.

$u_1 = -4$ $\qquad\qquad$ $u_2 = -11$

2°) Exprimer u_n en fonction de u_{n-1} (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1).

$$u_n = 2u_{n-1} + n - 5$$

3°) « Rentrer » la suite (u_n) sur la calculatrice. Donner la valeur de u_{15}.

$$u_{15} = -98\,316$$

4°) Parmi les formules suivantes une seule correspond à l'expression de u_n. Entourer la formule choisie.

$n^2 - 5n$ $\qquad\qquad$ $3 - n - 3 \times 2^n$ $\qquad\qquad$ $3 - n - 6^n$

On essaie les formules pour les différentes valeurs de n.
La première convient pour $n = 0$ et $n = 1$ mais pas pour $n = 2$.
La troisième ne convient pas pour $n = 0$.
Il ne reste donc que la formule 2.

V.

On considère la suite (u_n) telle que $u_n = \sqrt{1 - \dfrac{3}{n}}$.

1°) Compléter la phrase :

La suite (u_n) est définie à partir de $n = 3$.

$$1 - \frac{3}{n} \geqslant 0 \iff 1 \geqslant \frac{3}{n}$$
$$\iff n \geqslant 3 \quad (\text{car } n \in \mathbb{N}^* \text{ donc } n > 0)$$

2°) Compléter l'égalité :

$$1 - (u_n)^2 = \frac{3}{n}$$

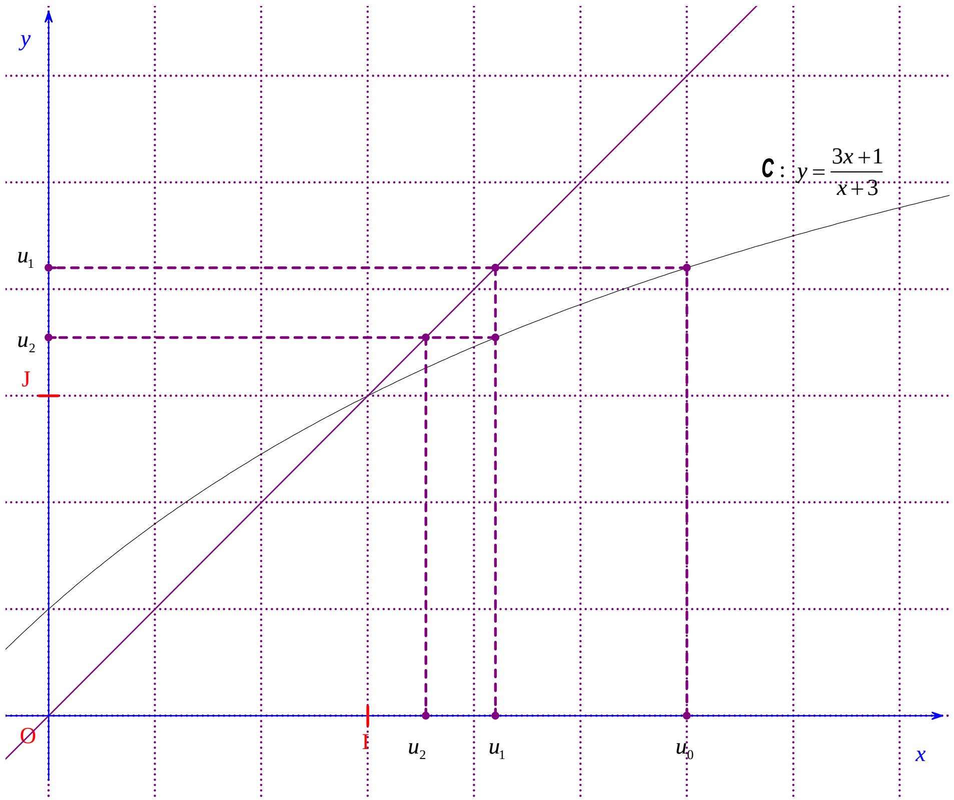
$$1 - (u_n)^2 = 1 - \left(\sqrt{1 - \frac{3}{n}}\right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{3}{n}\right)^2 = \frac{3}{n}$$

VI.

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 1}{u_n + 3}$.

1°) On note $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = \dfrac{3x+1}{x+3}$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Sur le graphique ci-dessous, construire sur l'axe (Ox) les trois premiers termes de la suite (u_n) (sans effectuer de calculs !).
Laisser les traits de construction apparents.



On commence par tracer la droite Δ d'équation $y = x$.
On commence par placer u_0. On démarre donc à 2 sur l'axe des abscisses.
On monte ; on s'arrête à la courbe.

Le x, c'est pas par rapport à n, c'est par rapport à u_n.

Un élève a écrit : « valeur de u_0 », « valeur de u_1 », « valeur de u_2 ».

Un autre a rajouté $u_n = x$ sur l'axe des abscisses et $u_{n+1} = y$ sur l'axe des abscisses.

On n'écrit aucune valeur sur l'axe des abscisses (un élève a écrit des valeurs sur l'axe des abscisses, a-t-il fait des calculs ?).

On utilise la règle pour tracer les pointillés.

On peut vérifier la construction sur la calculatrice.

2°) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au millième de u_4.

La valeur arrondie au millième de u_4 est **1,043**.