SUDOKU MATHÉMATIQUE

Des polynômes du second degré

Derrière cette grille se cache un sudoku.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

Consignes à respecter :

- Remplir la grille sans rature en formant bien tous les chiffres.
- Ne pas détailler les calculs sur une copie.
- Ne rien écrire au verso de l'énoncé.

Compléter toute la grille avec des chiffres allant de 1 à 9.

Chaque chiffre ne doit être utilisé qu'une seule fois par ligne, par colonne et par carré de neuf cases.

Pour toutes les équations et inéquations suivantes, on se place dans $\mathbb{R}$.

Dl : Valeur du discriminant de $2x^2-7x+5=0$

G1 : Plus petite solution de l'équation : $5x^2-55x+140=0$

Hl : Plus grande des solutions entières de l'inéquation : $\dfrac{x^2+4x+3}{4-x}\geqslant 0$

B2 : Nombre de solutions entières de l'inéquation : $3x^2-21x+30\leqslant 0$

F2 : Plus petite solution entière et positive de l'inéquation : $(-7-4x)(4x^2-27x+35)\geqslant 0$

G2 : Plus grande solution de l'équation : $4x^2-20x-24=0$

I2 : Plus grande solution entière de l'inéquation : $9x^2-69x+22\leqslant 0$

A3 : Plus grand nombre entier solution de l'inéquation : $3x^2-\dfrac{99}{4}x+6\ \leqslant 0$

E3 : (Seule) solution entière de l'inéquation : $\dfrac{x-5}{x-7}<0$

H3 : Nombre de solutions entières de l'inéquation : $-x^2+4x+21>0$

D4 : Plus petit nombre entier solution de l'inéquation : $\dfrac{3x^2-24x+45}{x-1}\geqslant 0$

F4 : Nombre de solutions distinctes de l'équation : $(x+1)(3x^2+6x-24)=0$

G4 : Solution de l'équation : $\dfrac{5}{2}x^2-5x+\dfrac{5}{2}=0$

H4 : Plus petite solution entière et positive de l'inéquation : $(x+6)(-x^2+18x-80)\geqslant 0$

A5 : Milieu des deux solutions de l'équation : $9x^2-72x+143=0$

I5 : Degré du polynôme $f(x)=(x^2+1)^2-x(x^3+x^2+x+1)$

B6 : Centre de l'ensemble des solutions de l'inéquation : $25x^2-450x+2021<0$

C6 : Milieu des deux solutions de l'équation : $16x^2-64x+55=0$

D6 : Valeur du discriminant de l'équation : $7x^2+6x+1=0$

F6 : Plus grand nombre entier solution de l'inéquation : $-14x^2+79x-36\geqslant 0$

B7 : Plus petite solution entière de l'inéquation : $(2-3x)(2x^2-22x+56)\leqslant 0$

E7 : Valeur de a pour que -2 soit une solution de l'équation : $ax^2+7x-6=0$

I7 : Nombre de solutions distinctes de l'équation : $(x-2)(5x^2-9x-2\ )=0$

A8 : Valeur de b pour que $\sqrt{3}$ soit une solution de l'équation : $5x^2+bx-10=5+6\sqrt{3}$

C8 : Plus grande solution entière de l'inéquation : $\dfrac{x^2-8x}{-x-3}\geqslant 0$

D8 : Nombre de solutions de l'équation : $\dfrac{4x^2+8x-12}{x^2-1}=0$

H8 : Valeur du discriminant de l'équation : $\dfrac{1}{2}x^2+9x+37=0$

B9 : Degré du polynôme $f(x)=(4x-3)^2-7(x+1)$

C9 : Degré du polynôme $f(x)=x(x-1)(x+3)(x-2)$

F9 : Valeur de a pour que 7 soit solution de l'équation : $ax^2-2x-378=0$

JEUX SUDOMATHS

Il faut entre 3 et 4 heures pour faire ce devoir.

Une bonne idée pour faire ce devoir : utiliser un programme dans la calculatrice ou un logiciel de calcul formel qui donne le nombre de solutions d'une équation du second degré et les expressions des solutions lorsqu'elles existent.

Réponses

D1 : 9

G1 : 4

L'équation $5x^2-55x+140=0$ équivaut $x^2-11x+28=0$

H1 : 3

On dresse un tableau de signes.

x	$-\infty$		-3		-1		4		$+\infty$
SGN de x^2+4x+3		$+$	0^{num}	$-$	0^{num}	$+$		$+$	
SGN de $4-x$		$+$		$+$		$+$	$0^{\text{déno}}$	$-$	
SGN de $\dfrac{x^2+4x+3}{4-x}$		$+$	0^{num}	$-$	0^{num}	$+$	$\|$	$-$	

$S=]-\infty\,;-3]\cup[-1\,;4[$

B2 : 4

L'inéquation est équivalente à $x^2-7x+10\leq 0$.

$S=[2\,;5]$

2, 3, 4, 5 sont les solutions entières de l'inéquation.

F2 : 2

G2 : 6

$4x^2-20x-24=0$ équivaut à $x^2-5x-6=0$ (on simplifie par 4) ; – 1 est racine évidente.
L'autre racine est 6 (obtenue par produit).

I2 : 7

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{22}{3}$		$+\infty$
SGN de $9x^2-69x+22$		+	0	–	0	+	

$S=\left[\frac{1}{3}\,;\frac{22}{3}\right]$

La plus grande solution entière de l'inéquation $9x^2-69x+22\leqslant 0$ est 7.

A3 : 8

$$3x^2-\frac{99}{4}x+6\leq 0$$
$$x^2-\frac{33}{4}x+2\leq 0$$
$$4x^2-33x+8\leq 0$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left[\frac{1}{4}\,;8\right]$.

E3 : 6

$$\frac{x-5}{x-7}<0$$

On dresse un tableau de signes.
$S=]5\,;7[$
6 est la plus petite solution entière de l'inéquation (c'est même la seule solution entière de l'inéquation).

H3 : 9

$S=]-3\,;7[$
Les solutions entières de l'équation sont – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; il y a donc 9 solutions entières.

D4 : 2

$$\frac{3x^2-24x+45}{x-1}\geq 0$$

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
SGN de $3x^2-24x+45$		$+$		$+$	0^{num}	$-$	0^{num}	$+$	
SGN de $x-1$		$-$	$0^{\text{déno}}$	$+$		$+$		$+$	
SGN de $\dfrac{3x^2-24x+45}{x-1}$		$-$	$\Vert$	$+$	0^{num}	$-$	0^{num}	$+$	

F4 : 3

Les solutions de l'équation $(x+1)(3x^2+6x-24)=0$ sont – 4, – 1 et 2. Il y a donc 3 solutions.

G4 : 1

$\frac{5}{2}x^2-5x+\frac{5}{2}=0$

On simplifie par 5 ; on multiplie par 2.

$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x-1=0$

$x=1$

H4 : 8

x	$-\infty$		-6		8		10		$+\infty$
SGN de $x+6$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
SGN de $-x^2+18x-80$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
SGN de $(x+6)(-x^2+18x-80)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

La plus petite solution entière et positive de l'inéquation : $(x+6)(-x^2+18x-80)\geq 0$ est 8.

A5 : 4

Les solutions sont $x_1=\frac{11}{3}$ et $x_2=\frac{13}{3}$.

$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{12}{3}=4$

N.B. : On peut appliquer directement la formule donnant la somme des racines d'une équation du second degré (méthode évidemment préférable puisqu'elle évite de calculer les racines).

I5 : 3

$$f(x)=\left(x^4+2x^2+1\right)-\left(x^4+x^3+x^2+x\right)=x^4+2x^2+1-x^4-x^3-x^2-x=-x^3+x^2-x+1$$

Le degré de ce polynôme est 3 car l'exposant de plus haut degré de x est 3.

B6 : 9

$$S=\left]\frac{43}{5};\frac{47}{5}\right[$$

Le centre de l'intervalle des solutions est : $\frac{45}{5}=9$.

C6 : 2

Les solutions de l'équation sont $x_1=\frac{5}{4}$ et $x_2=\frac{11}{4}$.

Le milieu des solutions est égal à : $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{16}{4}}{2}=2$

N.B. : On peut appliquer directement la formule donnant la somme des racines d'une équation du second degré (méthode évidemment préférable puisqu'elle évite de calculer les racines).

D6 : 8

F6 : 5

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{36}{7}$		$+\infty$
SGN de $-14x^2+79x-36$		+	0	−	0	+	

B7 : 1

$$(2-3x)\left(2x^2-22x+56\right)\leq 0$$

Le polynôme $2x^2-22x+56$ s'annule pour 4 et 7.

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		4		7		$+\infty$
SGN de $2-3x$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	
SGN de $2x^2-22x+56$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
SGN de $(2-3x)(2x^2-22x+56)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

L'ensemble des solutions est $\left[\frac{2}{3}\,;4\right]\cup[7\,;+\infty[$.

La plus petite solution entière de l'inéquation $(2-3x)(2x^2-22x+56)\leq 0$ est 1.

E7 : 5

$$S=\left[\frac{1}{2}\,;\frac{36}{7}\right]$$

I7 : 2

$$S=\left[-\frac{1}{5}\,;2\right]$$

A8 : 6

C8 : 8

x	$-\infty$		-3		0		8		$+\infty$
SGN de x^2-8x		$+$		$+$	0^{num}	$-$	0^{num}	$+$	
SGN de $-x-3$		$+$	$0^{\text{déno}}$	$-$		$-$		$-$	
SGN de $\dfrac{x^2-8x}{-x-3}$		$+$	$\Vert$	$-$	0^{num}	$+$	0^{num}	$-$	

La plus grande solution entière de l'inéquation $\dfrac{x^2-8x}{-x-3}\geq 0$ est 8.

D8 : 1

Les valeurs interdites de l'équation $\frac{4x^2+8x-12}{x^2-1}=0$ sont 1 et – 1.

On résout dans $\mathbb{R} \setminus \{-1\ ;\ 1\}$.

L'équation est successivement équivalente à :

$$\frac{4\left(x^2+2x-3\right)}{x^2-1}=0$$

$$x^2+2x-3=0$$

$x = 1$ ou $x = -3$

Or 1 est valeur interdite de l'équation donc la solution de l'équation est – 3.

H8 : 7

B9 : 2

On développe le polynôme (ce n'est pas complètement utile).

$f(x) = 4x^2-31x^2+16$

C9 : 4

Il est inutile de développer le polynôme.

On arrive très facilement à voir le terme de plus haut degré lorsque l'on va développer.

$f(x) = x^4-7x^2+6x$

F9 : 8

7 est solution de l'équation si et seulement si $a\times 7^2-2\times 7-378=0$

si et seulement si $a = 8$

2	6	5	**9**	7	1	**4**	**3**	8
1	**4**	9	3	8	**2**	**6**	5	**7**
8	3	7	5	**6**	4	2	**9**	1
5	7	6	**2**	4	**3**	**1**	**8**	9
4	8	1	7	9	6	5	2	**3**
3	**9**	**2**	**8**	1	**5**	7	4	6
9	**1**	3	4	**5**	7	8	6	**2**
6	5	**8**	**1**	2	9	3	**7**	4
7	**2**	**4**	6	3	**8**	9	1	5