

# Simulations sur tableur

Toutes les instructions sont données pour un tableur *Excel*.

## Rappels :

Quand on rentre une formule de calcul :

- on doit toujours mettre le signe « = » avant ;
- on doit toujours appuyer ensuite sur **ENTER** pour valider la formule.

## 1. Lancer d'une pièce équilibrée (jeu de pile ou face)

L'objectif de ce travail est de réaliser 200 simulations de lancers d'une pièce équilibrée sur tableur.

Le principe de la simulation sera de produire des chiffres au hasard 0 ou 1. On conviendra que le chiffre 1 correspond à Pile et que le chiffre 0 correspond à Face.

1°) Dans la cellule A1, saisir la formule **=ENT(2\*ALEA())**. Appuyer sur **ENTER**.

Cette cellule affichera donc 0 ou 1 de façon aléatoire.

Recopier la formule dans le domaine A1 : GR1000 pour simuler 200 fois une série de 1 000 lancers de la pièce. Chaque série est donnée par colonne.

2°) Dans la cellule A1003, saisir la formule **=SOMME(A1:A1000)/1000** qui donne pour résultat la fréquence de Pile pour la 1<sup>ère</sup> série.

Dans la cellule A1004, saisir la formule **=1-A1003** qui calcule la fréquence de Face.

Expliquer pourquoi la somme des contenus des cellules A1 à A1000 est égale au nombre de 1 dans la colonne A et correspond donc au nombre de Pile pour cette 1<sup>ère</sup> série.

Recopier ces formules jusqu'à la colonne GR.

## 2. Lancer d'un dé cubique équilibré

L'objectif de ce travail est de réaliser des simulations sur tableur de 1 000 lancers d'un dé cubique équilibré.

Le principe de la simulation sera de produire des chiffres au hasard 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 correspondant au numéro de la face obtenue.

1°) Dans la cellule A1, saisir la formule **=ENT(6\*ALEA()+1)**. Appuyer sur **ENTER**.

Cette cellule affichera donc 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 de façon aléatoire.

Recopier la formule dans le domaine des cellules de A1 jusqu'à Y40 pour simuler une série 1 000 lancers du dé.

2°) Dans la cellule A42, écrire « Face » ; dans la cellule B42, écrire « Effectif » ; dans la cellule C42, écrire « Fréquence ».

3°) Dans les cellules A43, A44, A45, A46, A47, A48, écrire respectivement « 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 ».

4°) Dans la cellule B43, écrire la formule **=NB.SI(\$A\$1:\$Y\$40;A43)** qui donne le nombre de lancers pour lesquels on a obtenu le numéro 1.

5°) Recopier vers le bas la formule précédente dans les cellules B44, B45, B46, B47, B48.

6°) Dans la cellule C43, écrire la formule **=B43/1000** qui donne la fréquence du numéro 1.

7°) Recopier vers le bas la formule dans les cellules C44, C45, C46, C47, C48.

8°) Comparer ces fréquences avec les valeurs des probabilités des numéros.

## 3. Lancer de deux dés tétraédriques équilibrés

On lance trois dés tétraédriques équilibrés (à quatre faces numérotées de 1 à 4) et on s'intéresse à la somme des points obtenus : elle varie de 3 à 12.

### Problème

La fréquence de chaque somme est-elle la même ?

Comment se répartissent ces valeurs ?

Et si on les lance un grand nombre de fois, est-ce que l'on retrouve les « fréquences théoriques » ?

1°) On va d'abord créer un tableau donnant les résultats de 500 lancers de trois dés tétraédriques.

• Dans la cellule A1, taper la formule **=ENT(ALEA()\*4)+ENT(ALEA()\*4)+ENT(ALEA()\*4)+3**. Appuyer sur **ENTER**.

• Tirer cette formule dans la plage de cellules de A1 à T25.

• On obtient un tableau de la forme :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	8	6	8	10	6	6	3	8	8	9	8	9	7	9	7	7	5	6	7	8
2	9	6	5	10	5	6	7	5	8	7	7	10	10	6	5	8	8	8	9	4
3	8	6	4	7	5	7	3	9	9	9	7	8	6	8	9	7	8	10	8	6
4	8	5	9	6	7	11	7	7	6	7	8	6	9	6	6	6	8	10	6	10
5	7	7	9	8	10	8	6	11	9	8	9	8	6	9	9	6	9	8	5	3
6	8	7	9	10	7	6	10	8	8	7	11	12	7	4	11	10	7	10	6	7
7	8	9	9	6	9	10	6	10	8	7	6	7	10	9	5	6	11	8	6	5
8	7	8	6	7	5	11	6	9	9	4	4	8	8	10	6	6	6	6	9	10
9	7	10	8	7	10	12	8	8	3	8	10	8	8	8	12	8	7	7	6	10
10	8	8	7	9	7	8	10	12	10	9	6	8	6	5	9	6	9	12	8	6
11	8	11	9	9	9	7	10	6	7	6	12	11	6	9	6	10	7	8	10	8
12	9	6	10	10	9	9	9	9	8	6	9	6	8	3	7	5	8	7	12	8
13	10	8	5	6	5	7	10	5	3	8	9	7	11	7	6	4	8	8	8	4
14	9	8	7	8	10	9	10	9	10	9	6	9	6	8	5	8	7	8	6	6
15	5	9	5	8	9	9	7	9	9	4	8	10	9	11	9	7	5	7	7	8
16	6	7	6	6	10	8	7	6	8	6	6	9	9	12	8	6	7	7	7	4
17	7	12	8	7	9	7	8	11	8	7	7	9	10	5	6	8	8	5	5	5
18	10	4	9	9	9	5	7	7	7	7	9	6	5	7	7	9	8	7	5	10
19	10	10	9	9	11	6	9	7	9	6	7	5	10	10	9	8	5	9	7	5
20	6	7	8	8	8	5	9	8	7	5	6	5	8	8	7	8	5	7	9	8
21	11	5	3	6	10	7	5	6	5	10	5	5	10	10	5	9	9	5	4	8
22	9	7	9	9	7	7	10	10	7	7	8	9	4	6	10	6	6	7	9	7
23	5	6	9	5	8	10	6	6	7	8	8	10	5	8	11	8	6	7	9	11
24	6	4	7	9	7	10	12	6	7	7	6	7	9	12	9	8	7	6	9	9
25	8	10	12	9	3	7	7	5	6	8	9	11	7	4	9	8	5	9	8	6

2°) Sur la même feuille de calcul, on va faire apparaître le nombre d'apparition de chaque somme et la fréquence d'apparition de chaque somme selon le modèle ci-dessous.

	V	W	X
1			
2	Somme	Effectif	Fréquence
3	3	8	0,016
4	4	14	0,028
5	5	46	0,092
6	6	79	0,158
7	7	90	0,18
8	8	95	0,19
9	9	87	0,174
10	10	53	0,106
11	11	16	0,032
12	12	12	0,024
13		500	

• Dans la cellule W3, rentrer la formule  $\boxed{=NB.SI(\$A\$1 : \$T\$25 ; V3)}$ .

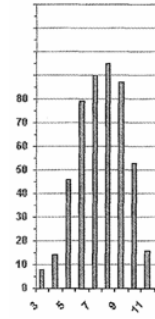
Recopier cette formule vers le bas jusqu'à la cellule W12.

• Dans la cellule W13, rentrer la formule  $\boxed{=SOMME(W3 : W12)}$ .

• Dans la cellule X3, rentrer la formule  $\boxed{=W3/500}$ .

Recopier cette formule vers le bas jusqu'à la cellule X12.

• Aller dans *Insertion* afin de représenter les fréquences sous forme d'un diagramme en bâtons comme ci-dessous.



4°) Pour tout entier naturel  $i$  compris au sens large entre 3 et 12, on note  $E_i$  l'événement : « la somme obtenue est égale à  $i$  ». On note  $p_i$  la probabilité de l'événement  $E_i$ .

On donne dans le tableau de probabilité ci-dessous :

$i$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p_i$	$\frac{1}{64}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{10}{64}$	$\frac{12}{64}$	$\frac{12}{64}$	$\frac{10}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{64}$

Dans la cellule Y2, écrire « Probabilité ».

Dans les cellules Y3 à Y12, entrer les probabilités données dans le tableau ci-dessus.

Représenter la loi de probabilité sur le même graphique sous forme d'un diagramme en bâton.

Comparer les valeurs des fréquences et les probabilités

## 4. Lancer de trois dés cubiques équilibrés

On lance trois dés cubiques équilibrés (à six faces numérotées de 1 à 6) et on s'intéresse à la somme des points obtenus : elle varie de 3 à 18.

1°) Adapter le travail précédent pour simuler sur tableur cette expérience aléatoire.

On utilisera la formule  $\boxed{=ENT(ALEA()*6)+ENT(ALEA()*6)+ENT(ALEA()*6)+3}$ .

2°) On admet que la probabilité d'apparition de la somme 7 est  $p = \frac{15}{216} \approx 0,0694$  (valeur arrondie à  $10^{-4}$ ).

Relever la fréquence du 7 pour 100 simulations.

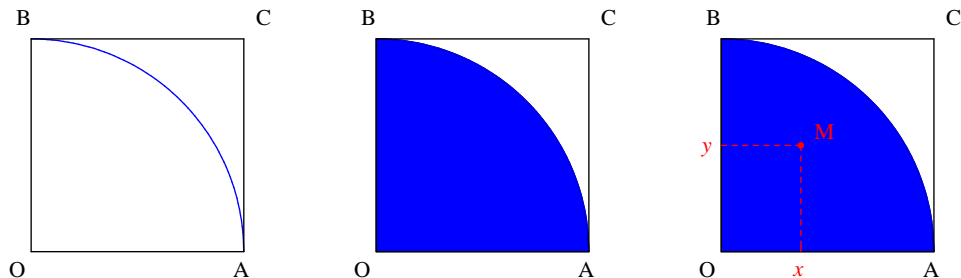
Calculer la moyenne des fréquences obtenues. Est-elle proche de la probabilité d'apparition ?

## 5. Points au hasard pour approximer $\pi$ (Méthode de Monte-Carlo)

### Présentation de la méthode

On considère un carré OABC de côté 1.

On note  $\mathcal{C}$  le quart de disque de centre O et de rayon 1.



On place un grand nombre de points au hasard dans le carré OABC.

On conçoit que :

- se donner un point au hasard M dans le carré OABC revient à se donner deux nombres aléatoires  $x$  et  $y$  de  $[0 ; 1[$  correspondant à ses coordonnées dans le repère (O, A, B) du plan.

- le rapport  $\frac{\text{nombre de points dans le quart de disque}}{\text{nombre de points total dans le carré OABC}}$  donne une approximation du quotient

$$\frac{\text{aire du quart de disque}}{\text{aire du carré OABC}}, \text{ c'est-à-dire } \frac{\frac{\pi}{4}}{1} \text{ soit } \frac{\pi}{4}.$$

On obtient ainsi une approximation de  $\frac{\pi}{4}$ , d'où une approximation de  $\pi$ .

On démontre aisément que  $M(x, y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow x^2 + y^2 < 1$

### Travail sur tableur

- Dans la cellule A1 rentrer la formule : `=SI((ALEA()^2 + ALEA()^2) < 1 ; 1 ; 0)`.

On a ainsi testé un point du carré OABC et affiché 1 s'il appartient au quart de disque et 0 sinon.

Recopier vers le bas cette formule jusqu'à la cellule J1000 pour obtenir un test sur 10000 points.

- Taper dans la cellule L1 : `=NB.SI(A1: J1000 ; "1")`.

Puis dans la cellule L3 : `= L1/10000`.

Comparer la valeur obtenue avec la valeur de l'aire du quart de disque.

En tapant la touche `F9`, on peut obtenir une nouvelle série de 10 000 points et ainsi une autre approximation de l'aire du quart de disque  $\pi$ .

# Quelques fonctionnalités du tableur utiles pour les simulations d'expériences aléatoires

## Fonctions classiques

La « fonction » ALEA() donne un nombre aléatoire (ou pseudo-aléatoire) compris entre 0 et 1.  
Générateur de nombres pseudo-aléatoire

La « fonction » ENT associe à chaque nombre sa partie entière c'est-à-dire, pour un nombre entier, le nombre avant la virgule (par exemple, la partie entière de 12,37578 est 12).

La fonction SOMME(... : ...)

## Fonctions logiques

La fonctionnalité NB.SI(... ; ...).

Touche F9 pour recommencer une simulation.

## 1. Lancer d'une pièce

On peut compter le nombre de pile de 2 façons : avec SOMME(... : ...) ou avec la fonction NB.SI(... ; ...)