# 1$^{\text{ère}}$ S — Exercices sur le chapitre 15 (angles orientés)

$\boxed{1}$ Sur un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 10 cm, un arc $\overset{\frown}{AB}$ a pour longueur 5 cm.
Déterminer la mesure en degrés de l'angle géométrique $\widehat{AOB}$.

$\boxed{2}$ Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon 6 cm.
Soit A et B deux points de $\mathcal{C}$ tels que $\widehat{AOB} = 24°$.

Calculer la longueur du grand arc $\overset{\smile}{AB}$.

**Dans tous les exercices à partir du $\boxed{3}$, le plan *P* est orienté.**

$\boxed{3}$ 1°) Les nombres $\dfrac{17\pi}{3}$ et $-\dfrac{7\pi}{3}$ sont-ils des mesures en radians d'un même angle orienté ?

2°) Les nombres $-\dfrac{\pi}{5}$ et $\dfrac{14\pi}{5}$ sont-ils des mesures en radians d'un même angle orienté ?

---

Dans tous les exercices suivants, le plan est orienté.

---

$\boxed{4}$ Soit ABCD un carré direct de centre I dans le plan.
Déterminer une mesure en radians de chacun des angles orientés $\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{IA}\right)$, $\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{ID}\right)$, $\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{CI}\right)$, $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{ID}\right)$, $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{CI}\right)$.

**Remarque :**
Dans un angle orienté, on peut remplacer un vecteur par un vecteur égal de manière à se ramener à deux vecteurs qui ont la même origine.

$\boxed{5}$ Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \dfrac{\pi}{3}$.

1°) Recopier et compléter la phrase :
« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme ... ».

Illustrer ces mesures sur la droite réelle en indiquant les multiples entiers de $\pi$.
2°) Parmi toutes ces mesures, une seule appartient à l'intervalle $\left[-2\pi;0\right]$. Laquelle ?

$\boxed{6}$ Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \dfrac{\pi}{4}$.

Déterminer la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ qui appartient à l'intervalle $\left[-3\pi;-\pi\right]$.

Dans les exercices $\boxed{7}$ à $\boxed{9}$, le plan orienté *P* est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O et l'on note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique. On désigne par A le point de coordonnées (1 ; 0).

$\boxed{7}$ Soit M l'image de $-\dfrac{74\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

1°) Déterminer la mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM}\right)$.

2°) Construire M au compas.

$\boxed{8}$ Même exercice que le $\boxed{7}$ avec $-\dfrac{205\pi}{3}$.

$\boxed{9}$ Même exercice que le $\boxed{7}$ avec $\dfrac{127\pi}{6}$.

$\boxed{10}$ Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \dfrac{\pi}{5}$.

Déterminer la mesure principale en radians des angles orientés $\left(\vec{u};-\vec{v}\right)$, $\left(\vec{v};-\vec{u}\right)$, $\left(-\vec{u};-\vec{v}\right)$ en détaillant bien toutes les étapes et en appliquant chaque fois une règle par étape.

$\boxed{11}$ Soit $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls tels que $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \dfrac{7\pi}{6}$ et $\left(\vec{v};\vec{w}\right) = \dfrac{4\pi}{3}$.

Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux.

$\boxed{12}$ Soit ABC un triangle tel que AB = 6 cm, $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{\pi}{5}$ et $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) = -\dfrac{\pi}{6}$

Construire ABC à l'aide du rapporteur.
En utilisant les propriétés des angles orientés, déterminer la mesure principale en radians des angles orientés $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)$, $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$, $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{CA}\right)$.

$\boxed{13}$ Soit ABC un triangle quelconque.
Calculer en utilisant les propriétés des angles orientés la somme $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$.

On n'utilisera pas la somme des angles géométriques d'un triangle.

$\boxed{14}$ Soit ABCD un parallélogramme tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) = \dfrac{3\pi}{5}$.

Faire une figure en utilisant le rapporteur.
Déterminer une mesure en radians de chacun des angles orientés $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$, $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CB}\right)$, $\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)$.

On détaillera bien chaque étape et l'on n'utilisera qu'une seule règle à chaque étape.

$\boxed{15}$ Soit A, B, C, D, E cinq points du plan deux à deux distincts tels que l'on ait $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{\pi}{12}$ ;

$\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}\right) = -\dfrac{\pi}{4}$ ; $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AE}\right) = -\dfrac{\pi}{6}$.

Aucune figure n'est demandée dans cet exercice.
Démontrer que les points A, D, E sont alignés.

$\boxed{16}$ Dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct d'origine O, on note M et N les images respectives des réels $\dfrac{\pi}{3}$ et $-\dfrac{\pi}{6}$ sur le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$.

Placer M et N sur le cercle à l'aide du compas.
Déterminer la nature du triangle OMN.

# Réponses

**1** La valeur arrondie au centième de la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{AOB}}$ est égale à 28,65°.
On pourra écrire $\widehat{\mathrm{AOB}} \approx 28{,}65°$ (valeur arrondie au centième)

**2** La longueur du grand arc $\overset{\smile}{\mathrm{AB}}$ est égale à $\frac{56\pi}{5}$ cm.

**3** Méthode : on calcule la différence entre les deux mesures proposées et l'on regarde si le résultat est un multiple entier de 2p.

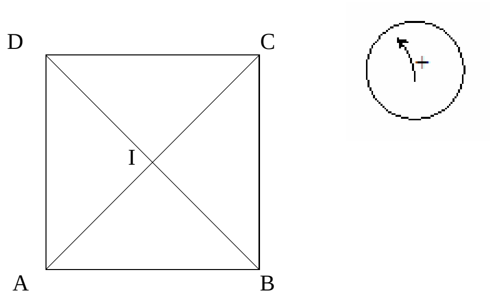
1°) Les nombres $\frac{17\pi}{3}$ et $-\frac{7\pi}{3}$ sont des mesures en radians d'un même angle orienté.

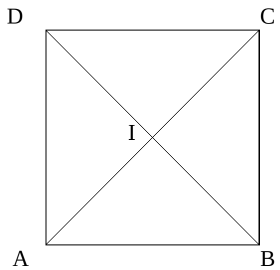
2°) Les nombres $-\frac{\pi}{5}$ et $\frac{14\pi}{5}$ ne sont pas des mesures en radians d'un même angle orienté.

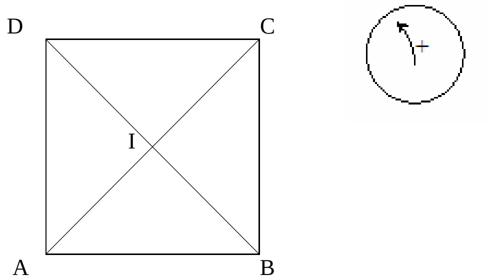
**4** On peut donner une mesure positive et une mesure négative de chaque angle orienté.

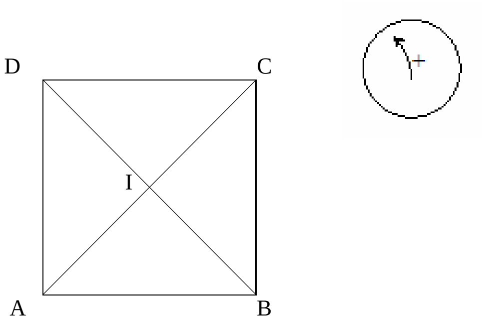
$\left(\overrightarrow{\mathrm{IB}}\,;\overrightarrow{\mathrm{IA}}\right)=-\frac{\pi}{2}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{IB}}\,;\overrightarrow{\mathrm{ID}}\right)=\pi$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{IB}}\,;\overrightarrow{\mathrm{CI}}\right)=-\frac{\pi}{2}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{BC}}\,;\overrightarrow{\mathrm{ID}}\right)=\frac{\pi}{4}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{BA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{CI}}\right)=\frac{\pi}{4}$.

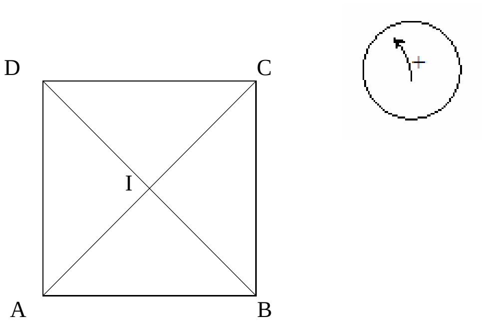
Faire une figure pour chaque angle.




**5** 1°) Les mesures de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont les nombres de la forme $\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. 2°) $-\frac{5\pi}{3}$

**6** La mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ qui appartient à l'intervalle $\left[-3\pi\,;-\pi\right]$ est $-\frac{7\pi}{4}$.

**7** La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right)$ est $-\frac{2\pi}{3}$.

**8** La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right)$ est $-\frac{\pi}{3}$.

**9** La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right)$ est $-\frac{5\pi}{6}$.

**10** $\left(\vec{u}\,;-\vec{v}\right)=-\frac{4\pi}{5}$, $\left(\vec{v}\,;-\vec{u}\right)=\frac{4\pi}{5}$, $\left(-\vec{u}\,;-\vec{v}\right)=\frac{\pi}{5}$.

**12** On convertit $\frac{\pi}{5}$ rad $=36°$ pour faire la figure. $\left(\overrightarrow{\mathrm{BA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)=-\frac{4\pi}{5}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{CA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{CB}}\right)=\frac{19\pi}{30}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{BA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{CA}}\right)=\frac{\pi}{5}$.

**13** $\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,;\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)+\left(\overrightarrow{\mathrm{BC}}\,;\overrightarrow{\mathrm{BA}}\right)+\left(\overrightarrow{\mathrm{CA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{CB}}\right)=\pi$

**14** $\left(\overrightarrow{\mathrm{BC}}\,;\overrightarrow{\mathrm{BA}}\right)=\frac{2\pi}{5}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{CD}}\,;\overrightarrow{\mathrm{CB}}\right)=\frac{3\pi}{5}$ ; $\left(\overrightarrow{\mathrm{DA}}\,;\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right)=\frac{2\pi}{5}$

**16** Le triangle OMN est rectangle isocèle en O.

---

# Travail personnel

**Séquence bac** Tous les exercices des pages 245 et 246