# Illustrations géométriques

# des identités remarquables

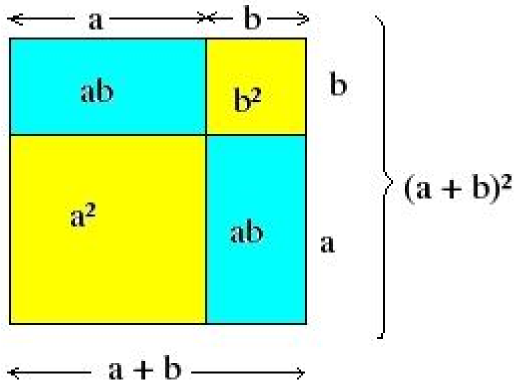
## Preuves sans mots

# Second degré

$$\left(a+b\right)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

**Illustration géométrique dans le plan**

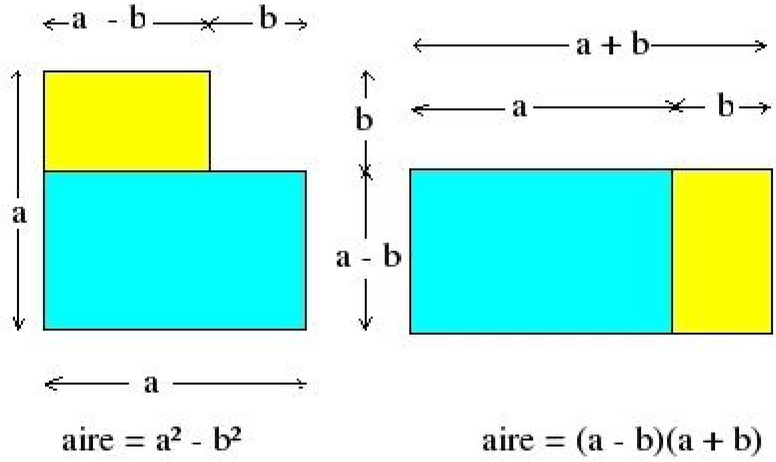
On trouve dans les *Eléments* d'Euclide (II[e] siècle avant Jésus-Christ) la figure ci-dessous qui permet d'établir cette identité remarquable pour des réels *a* et *b* strictement positifs.




Cette « preuve » est basée sur la même illustration que la double distributivité ($a$ + $b$)($c$ + $d$) à l'aide de rectangles.

---

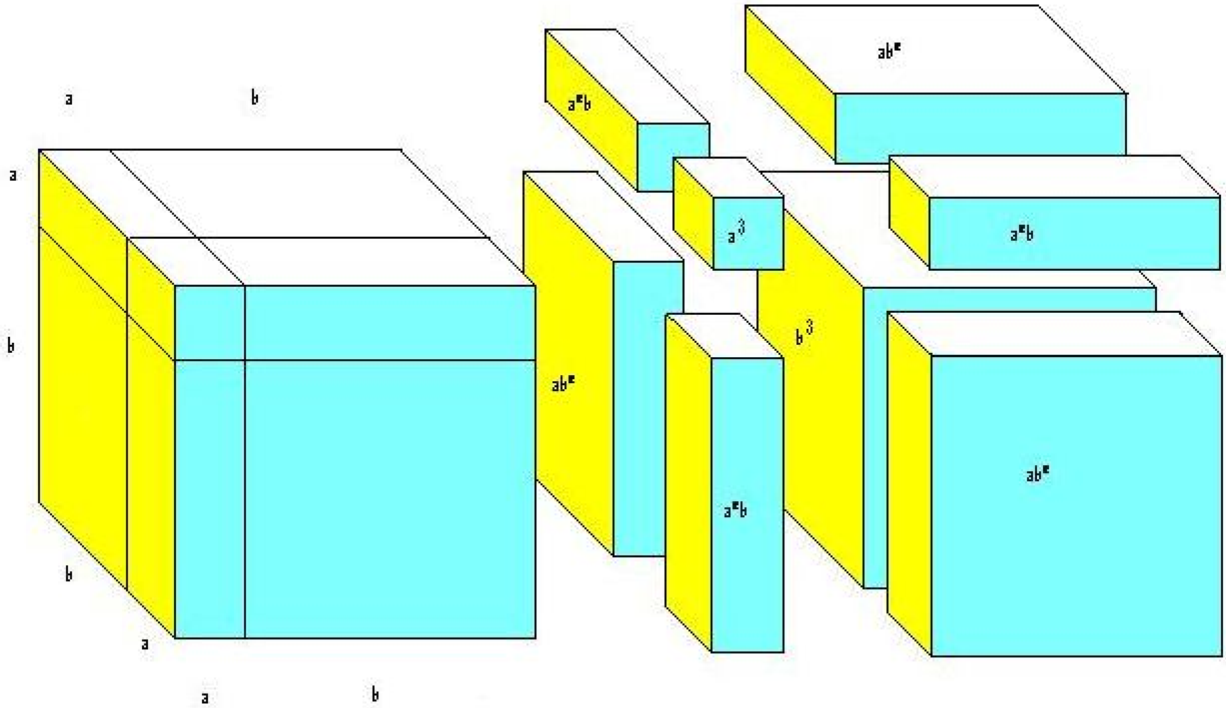
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



# Troisième degré

$$\left(a+b\right)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

**Illustration géométrique dans l'espace**



## Un puzzle de Cardan (1501- 1576)

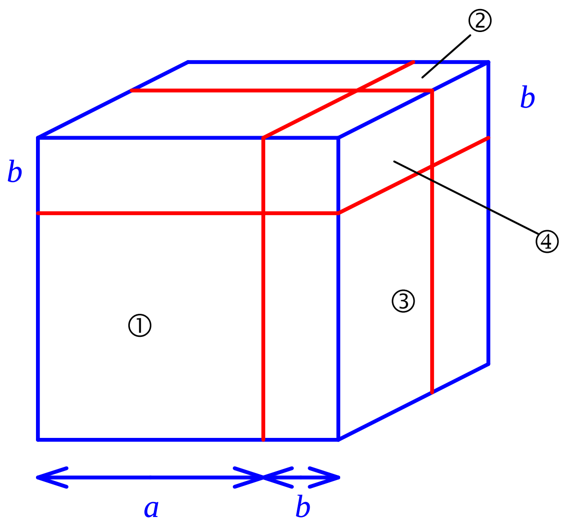
L'arête d'un cube a mesure $a + b$ (une unité de longueur est fixée).

Sur ses faces, on a tracé un carré de côté $a$, un carré de côté $b$ et deux rectangles de côtés $a$ et $b$.

On découpe ensuite ce cube en suivant les traits, de telle sorte que l'on obtienne huit solides :
- un cube tel que (1),
- un cube tel que (2),
- trois parallélépipèdes tels que (3),
- trois parallélépipèdes tels que (4).

1°) Donner les dimensions, puis le volume de chacun de ces solides en fonction de $a$ et $b$.

2°) En écrivant de deux façons le volume du cube initial, établir la formule : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.




# Complément

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

On peut l'illustrer graphiquement.