Équations de droites et *Geogebra*

Trouver un vecteur directeur d'une droite avec *Geogebra*

Pour trouver le vecteur directeur d'une droite d sur *Geogebra*, il faut taper la commande :
VecteurUnitaire[d].

Attention, *Geogebra* donne un vecteur directeur unitaire c'est-à-dire de norme 1 par forcément très pratique (coordonnées décimale).

Activités

On se place dans un repère du plan.

1.

Tracer avec *Geogebra* la droite d'équation cartésienne $3x+2y-5=0$.

Solution :

On saisit l'équation de la droite dans la barre d'algèbre.
Le logiciel rebascule l'équation a : $3x + 2y = 5$.

Le logiciel *Geogebra* a été conçu par un Allemand.
Quoique Descartes ait séjourné quelque temps en Allemagne, les équations cartésiennes de droites n'ont pas la même notoriété en Allemagne qu'en France.

Le logiciel permet aussi d'obtenir l'équation réduite de la droite ainsi qu'une autre forme dite « équation paramétrée » qui sera vue l'année prochaine.

2.

a) Tracer l'ensemble *E* d'équation $4x^2-y^2=0$.

b) Qu'observe-t-on ? Expliquer.

Solution :

Sur le graphique, il apparaît deux droites passant par l'origine du repère.
Il semble que *E* soit la réunion de deux droites passant par l'origine du repère.

Démontrons ce résultat.
L'équation $4x^2-y^2=0$ est successivement équivalente à :

$(2x-y)(2x+y)=0$

$2x-y=0$ ou $2x+y=0$ (1)

$y=2x$ ou $y=-2x$ (2)

On peut s'arrêter à la ligne (1) et dire que l'ensemble *E* est la réunion des droites d'équations cartésiennes

$2x - y = 0$ ou $2x + y = 0$.

Si on est allé jusqu'à la ligne (2) (ce qui n'est pas nécessaire), on dira que E est la réunion des droites d'équations réduites $y = 2x$ et $y = -2x$.

Autre technique (1) :

L'équation $4x^2 - y^2 = 0$ est successivement équivalente à :

$4x^2 = y^2$

$(2x)^2 = y^2$

$2x = y$ ou $2x = -y$

On retrouve le résultat précédent.

On a utilisé la « règle d'égalité de deux carrés » :

$a^2 = b^2$ si et seulement si $a = b$ ou $a = -b$.

Autre technique (2) :

L'équation $4x^2 - y^2 = 0$ est successivement équivalente à :

$4x^2 = y^2$

$\sqrt{4x^2} = \sqrt{y^2}$

$|2x| = |y|$

$2x = y$ ou $2x = -y$ (règle d'égalité de deux valeurs absolues)

On retrouve le résultat précédent.

3.

a) Tracer l'ensemble E d'équation $(x+1)^2 - y^2 = 0$.

b) Qu'observe-t-on ? Expliquer.

Solution :

Idem travail précédent

Pour aller plus loin (travail de recherche)

1.

Tracer sur *Geogebra* l'ensemble E d'équation $x^2 + xy + y^2 = 0$.
Expliquer le résultat obtenu.

2.

Pour tout réel a, on note F_a l'ensemble d'équation $x^2 + axy + y^2 = 0$.

Tracer sur *Geogebra* l'ensemble F_a en faisant varier la valeur de a.
Observer ce que l'on obtient suivant les valeurs de a.
Démontrer le résultat obtenu.

3.

a) Représenter sur *Geogebra* l'ensemble F des points M(x ; y) tels que $x \geqslant 1$ ou $y \geqslant 1$.

b) Pour tout réel m, on note Δ_m la droite d'équation $x + y = m$.
On souhaite déterminer une condition nécessaire et suffisante sur m pour que Δ_m soit incluse dans F.

Faire varier m de manière à faire apparaître les droites Δ_m pour $m \in [-10 ; 10]$.
Formuler alors une conjecture sur m : « $\Delta_m \subset F$ si et seulement si ……………... ».
Démontrer cette conjecture.

4.

a) Représenter sur *Geogebra* l'ensemble F des points M(x ; y) tels que $xy \geqslant 0$.

b) Pour tout réel m, on note Δ_m la droite d'équation $y = mx$.

On souhaite déterminer une condition nécessaire et suffisante sur m pour que Δ_m soit incluse dans F.

Faire varier m de manière à faire apparaître les droites Δ_m pour $m \in [-20 ; 20]$.
Formuler alors une conjecture sur m : « $\Delta_m \subset F$ si et seulement si ……………... ».
Démontrer cette conjecture.

5.

Tracer sur *Geogebra* l'ensemble E d'équation $x + y + xy + 1 = 0$.
Expliquer le résultat obtenu.