

Contrôle du vendredi 11 février 2011
(1 h)

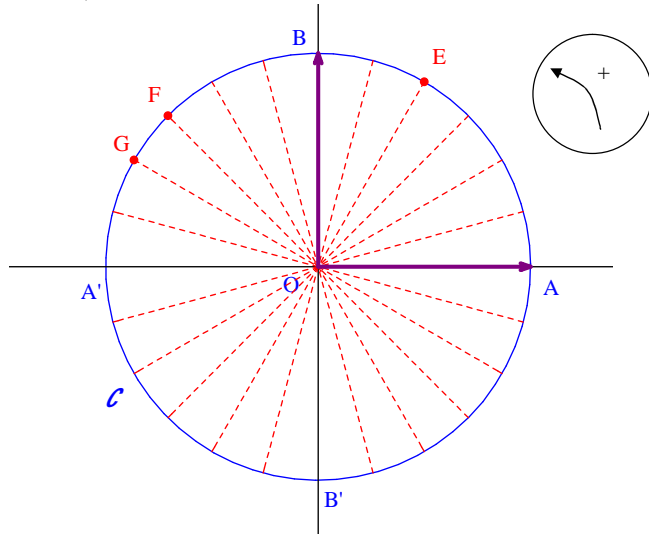


Répondre très lisiblement et sans rature, en écrivant au stylo à plume et sans utiliser d'abréviation.
Il est demandé de ne rien écrire sur l'énoncé en dehors de ce qui est demandé.

Prénom : Nom : **Note : / 20**

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
8	4	4	4	4	6	2	1	2	5

I. (8 points) On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} ci-dessous dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$. Le cercle \mathcal{C} est partagé en arcs de même longueur.



1°) Lire sur le cercle **un** réel associé à chacun de ces points :

A (.....)	B (.....)	E (.....)	F (.....)	G (.....)
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

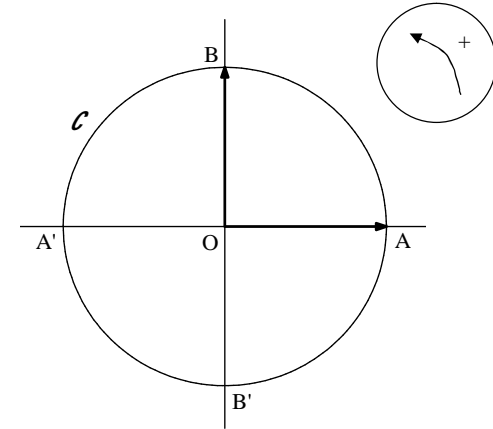
2°) Placer les points suivants sur le cercle en fonction du réel qui leur est associé (écrire au stylo) :

$L\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	$M\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	$N\left(\frac{\pi}{12}\right)$
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

II. (4 points) Soit t le réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ tel que $\sin t = \frac{2}{3}$.

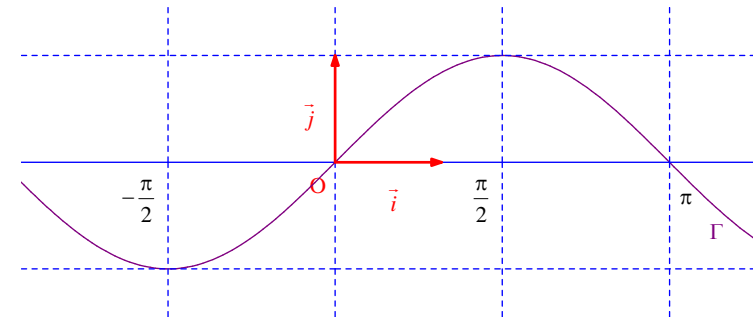
On ne cherchera pas la valeur exacte de t (car $\frac{2}{3}$ n'est pas une valeur remarquable !).

1°) Placer le point M, image du réel t , sur le cercle trigonométrique \mathcal{C} ci-dessous. Laisser les traits de construction apparents.



2°) On donne ci-dessous la courbe représentative Γ de la fonction sinus (courbe d'équation $y = \sin x$) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Placer sur la courbe Γ le point U d'abscisse t . Laisser les traits de construction apparents.



3°) Calculer la valeur exacte de $\cos t$ (calculs au brouillon).

$\cos t = \dots\dots\dots$

4°) A l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie de t à 10^{-3} près.

$t \approx \dots\dots\dots$ (valeur arrondie 10^{-3} près)

III. (4 points) Soit x un réel quelconque.

Simplifier les expressions suivantes soit en donnant la valeur (lorsque c'est possible), soit en donnant une expression en fonction de $\cos x$ et de $\sin x$.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \times \sin(\pi + x) + \cos(-x) \times \cos(\pi + x) ; B = \sin(-x) \times \cos x + \cos(-x) \times \sin x ;$$

$$C = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 ; D = 3\cos(17\pi - x) - \sin(45\pi + x) + 4\cos(x - 25\pi) - 5\sin(13\pi - x).$$

A =	B =	C =	D =
-----------	-----------	-----------	-----------

IV. (4 points) QCM

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées.

Choisir la réponse exacte sans justifier.

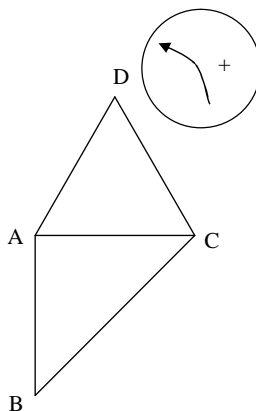
On complétera le tableau ci-contre en indiquant chaque fois la lettre

correspondant à la réponse.

Chaque réponse exacte rapporte 1 point. Chaque réponse fautive enlève 1 point.

On considère, dans le plan orienté, la configuration ci-contre :

- ABC est un rectangle isocèle en A.
- ACD est un triangle équilatéral.



1°) Une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{BA}; \overline{BC})$ est égale à :

a. $-\frac{\pi}{4}$	b. $\frac{3\pi}{4}$	c. $\frac{\pi}{4}$
---------------------	---------------------	--------------------

2°) Une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{CD}; \overline{CA})$ est égale à :

a. $\frac{\pi}{6}$	b. $-\frac{\pi}{3}$	c. $\frac{\pi}{3}$
--------------------	---------------------	--------------------

3°) Une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{CB}; \overline{CD})$ est égale à :

a. $\frac{\pi}{12}$	b. $-\frac{7\pi}{12}$	c. $\frac{7\pi}{12}$
---------------------	-----------------------	----------------------

4°) Une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{AD}; \overline{CB})$ est égale à :

a. $\frac{11\pi}{12}$	b. $\frac{\pi}{12}$	c. $-\frac{\pi}{12}$
-----------------------	---------------------	----------------------

Question	1°)	2°)	3°)	4°)	Ne rien remplir
Réponse					Total : ↓ ↓

V. (4 points) Vrai ou faux

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fautive.

Chaque réponse juste rapporte un point ; chaque réponse fautive enlève un point.

Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des lettres V (vrai) et F (faux).

1°) Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} (2\pi)$. On a : $(\vec{v}, \vec{u}) = \frac{3\pi}{2} (2\pi)$.

2°) Soit ABCD un parallélogramme. On a : $(\overline{BA}; \overline{BC}) = (\overline{DC}; \overline{DA}) (2\pi)$.

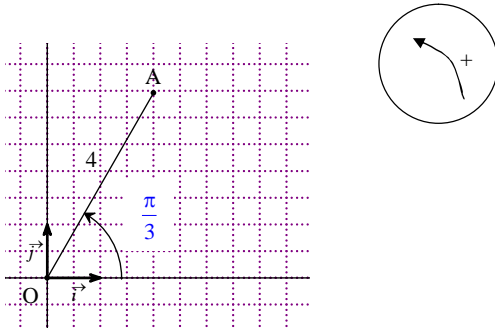
3°) On a : $\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{11\pi}{4}\right)$.

4°) On a : $\tan \frac{\pi}{3} \times \tan \frac{\pi}{6} = 1$.

Question	1°)	2°)	3°)	4°)	Ne rien remplir
Réponse					Total : ↓

+

VI. (6 points) On considère la figure ci-dessous dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .



Donner un système de coordonnées polaires de A puis calculer les coordonnées cartésiennes de A (valeurs exactes).

Un système de coordonnées polaires de A est : (.....;).

A a pour coordonnées cartésiennes (.....;).

Donner sans aucune explication un système de coordonnées polaires du point B tel que le triangle OAB soit équilatéral direct.

Un système de coordonnées polaire de B est : (.....;).

VII. (2 points) On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel (lire le rappel sur la divisibilité donné à la fin de l'exercice).

Variables :

n, c, i : entiers naturels, $n \neq 0$

Entrées

Saisir n

Initialisation :

c prend la valeur 0

Traitement :

Pour i allant de 1 à n **Faire**

Si i divise* n alors

c prend la valeur $c + 1$

FinSi

FinPour

Sortie :

Afficher c

1°) Exécuter cet algorithme pour $n = 12$.

Pour $n = 12$, le nombre de sortie est égal à

2°) Dans le cas général, que représente la valeur de c affichée (par rapport au nombre qui a été entré) ?

La valeur de c affichée représente

3°) **Question hors barème**

Quand (c'est-à-dire pour quels nombres d'entrée) cet algorithme affiche-t-il la valeur 2 ?

Rappel sur la divisibilité dans les entiers naturels

Soit a et b deux entiers naturels.

On dit que b **divise** a (ou que a est **divisible** par b) lorsqu'il existe un entier naturel q tel que $a = b \times q$.

Exemple :

2 divise 6 car $6 = 2 \times 3$.

Contre-exemple :

4 ne divise pas 6 car il n'existe pas d'entier naturel q tel que $6 = 4 \times q$.

VIII. (1 point) On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel.

Variables :

S, n, i : entiers naturels

Entrée :

Saisir n

Initialisation :

S prend la valeur 0

Traitement :

Pour i allant de 1 à n **Faire**

S prend la valeur $S + i$

FinPour

Sortie :

Afficher S

Quel est le nombre de sortie si le nombre d'entrée est 10 ?

IX. (2 points) On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel.

Variables :
 n, u : entiers naturels

Entrée :
 Saisir n

Initialisation :
 u prend la valeur n

Traitement :
Tant que $u \geq 11$ **Faire**
 | u prend la valeur $u - 11$
Fin du Tant que

Sortie :
 Afficher u

Cet algorithme fait intervenir deux variables (n et u) et comporte une boucle Tant que.
 La condition de la boucle est « $u \geq 11$ ».

Voici un exemple permettant de comprendre le fonctionnement de cet algorithme pour $n = 47$.

Dans l'initialisation : u prend la valeur 47.
 La condition $47 \geq 11$ est vérifiée. u prend donc la valeur $47 - 11 = 36$. On a effectué une première boucle.
 La condition $36 \geq 11$ est vérifiée. u prend donc la valeur $36 - 11 = 25$. On a effectué une deuxième boucle.
 La condition $25 \geq 11$ est vérifiée. u prend donc la valeur $25 - 11 = 14$. On a effectué une troisième boucle.
 La condition $14 \geq 11$ est vérifiée. u prend donc la valeur $14 - 11 = 3$. On a effectué une quatrième boucle.
 La condition $3 \geq 11$ n'est pas vérifiée. On n'effectue donc pas de nouvelle boucle. L'algorithme s'arrête.
 Le nombre de sortie est donc 3. Il y a eu 5 itérations.

1°) Faire tourner cet algorithme pour $n = 35$ puis pour $n = 55$.

Pour $n = 35$, le nombre de sortie est égal à

Pour $n = 55$, le nombre de sortie est égal à

2°) **Questions hors barème**

Quel lien existe-t-il entre le nombre n en entrée et le nombre u obtenu en sortie ? Faire une phrase expliquant ce que représente le nombre de u de sortie par rapport au nombre d'entrée n .

Le nombre de sortie u représente le

Quel est le nombre de sortie lorsque le nombre d'entrée n est égal à 2011 ?

Programmer cet algorithme sur calculatrice et vérifier les résultats précédents.

X. (5 points) Logique

1°) Compléter les phrases suivantes (propositions mathématiques) avec « il faut » ou « il suffit ».

A : « Pour que $\cos x \times \sin x \leq 0$, que $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ ».

B : « Pour qu'un point $M(x, y)$ dans le plan muni d'un repère appartienne à la courbe de la fonction cosinus, que $-1 \leq y \leq 1$ ».

C : « Pour que $\sin(x - y) = 0$, que $x = y$ ».

2°) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

Ces deux propositions sont des propositions quantifiées faisant intervenir deux réels quelconques x et y . Elles sont à considérer indépendamment l'une de l'autre

Répondre sans justifier.

P : « Pour tout réel x , il existe un réel y tel que $y > x^2$ ».

Q : « Pour tout réel y , il existe un réel x tel que $y > x^2$ ».

La proposition P est

La proposition Q est

Rappel sur « il faut » et « il suffit »

• « Il faut » traduit une **condition nécessaire**.

Exemple :

Si ABCD est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.

Pour que ABCD soit un losange, **il faut** que ses diagonales soient perpendiculaires.

On peut traduire cela en disant que « si ABCD est un losange, alors **nécessairement** (obligatoirement) ses diagonales sont perpendiculaires » ou qu'« une condition nécessaire pour que ABCD soit un losange est que ses diagonales soient perpendiculaires ».

• « Il suffit » traduit une **condition suffisante**.

Exemple :

Si l'écriture d'un entier n se termine par 0, alors cet entier est divisible par 10.

Pour que n soit divisible par 10, **il suffit** que son écriture se termine par 0.

On peut traduire cela en disant qu'« une condition suffisante pour qu'un entier n soit divisible par 10 est que son écriture se termine par 0 ».

Corrigé du contrôle du 11 février 2011

I.

1°)

A (0)	B $\left(\frac{\pi}{2}\right)$	E $\left(\frac{\pi}{3}\right)$	F $\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	G $\left(\frac{5\pi}{6}\right)$
-------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

II. $t \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ tel que $\sin t = \frac{2}{3}$.

1°) On sait que $t \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ donc $M \in \widehat{A'B}$ (car l'image du réel $\frac{\pi}{2}$ sur le cercle trigonométrique est le point B ;

l'image du réel π sur le cercle trigonométrique est le point A').

M est le point du cercle trigonométrique situé sur l'arc $\widehat{A'B}$ qui a pour ordonnée $\frac{2}{3}$.

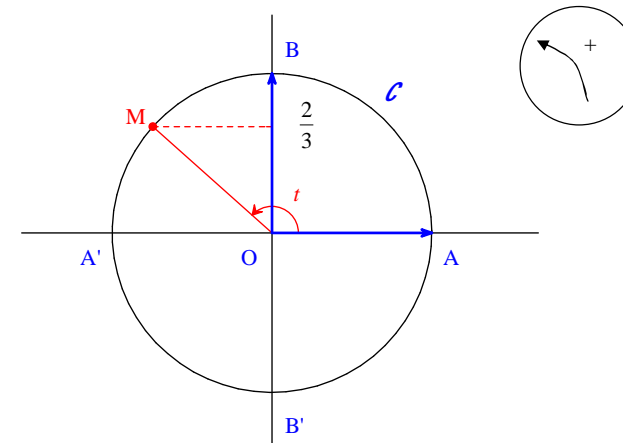
On n'utilise pas le rapporteur car $\frac{3}{5}$ n'est pas une valeur remarquable.

On place le point de la droite (OB) (axe des ordonnées) qui a pour ordonnée $\frac{2}{3}$ (pour cela, on peut utiliser la

construction classique de division d'un segment en 3).

On trace la parallèle à l'axe (OA) passant par ce point.

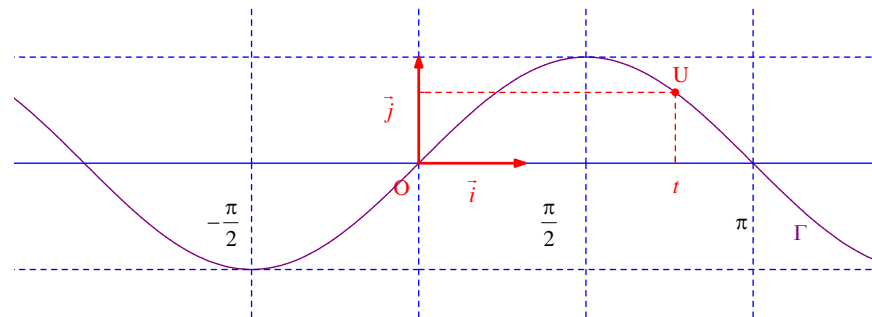
Cette droite coupe le cercle trigonométrique en deux points.



Le réel t apparaît comme mesure principale en radian de l'angle orienté $(\overline{OA}; \overline{OM})$.

C'est aussi la mesure en radian de l'angle géométrique \widehat{AOM} .

2°) Le point U est le point de la sinusoïde \mathcal{C} qui a pour ordonnée $\frac{2}{3}$ et dont l'abscisse est comprise entre $\frac{\pi}{2}$ et π .



3°) D'après la relation fondamentale, on a : $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$.

$$\text{D'où } \cos^2 t + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\text{soit } \cos^2 t = 1 - \frac{4}{9}$$

$$\text{ce qui donne } \cos^2 t = \frac{5}{9}$$

$$\text{D'où } \cos t = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ ou } \cos t = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Or } t \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]. \text{ Donc } \cos t \leq 0.$$

$$\text{D'où } \boxed{\cos t = -\frac{\sqrt{5}}{3}}.$$

Le rapporteur n'est pas l'instrument à utiliser pour la construction exacte du point M.
On ne cherchera pas t .

Pour une construction approchée, on pourrait effectivement commencer par chercher une valeur approchée de t à l'aide de la calculatrice.

4°) D'après la calculatrice, $\text{Arcsin} \frac{2}{3} = 0,729727656\dots$

Sur calculatrice TI-83 Plus, c'est ce que l'on obtient en tapant $\boxed{2\text{nde}} \boxed{\sin} \boxed{2} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{)} \boxed{\text{entrer}}$.

Attention : un point très important est de mettre la calculatrice en **mode radian** (et non en mode degré !).

Cette valeur appartient à l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

C'est l'ordonnée du point de \mathcal{C} appartenant à l'arc \widehat{AB} qui a pour ordonnée $\frac{2}{3}$.

Ce n'est donc pas la valeur cherchée.

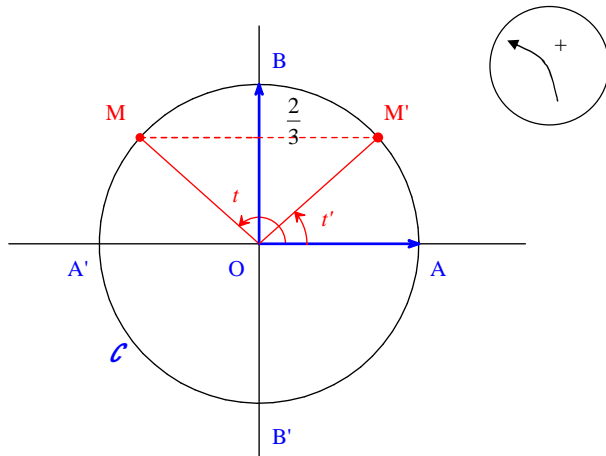
Un petit raisonnement simple sur le cercle trigonométrique montre que la valeur de t cherchée est égale à $\pi - \text{Arcsin} \frac{2}{3} = 2,41186499\dots$

Conclusion :

$$t \approx 2,412 \text{ (valeur arrondie } 10^{-3} \text{ près)}$$

Ce résultat est en accord avec ce que l'on peut lire sur la courbe Γ .

Explication complémentaire :



Soit t' le réel de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin t' = \frac{2}{3}$.

On note M' l'image de t' sur le cercle trigonométrique.

M' est le point de l'arc \widehat{AB} qui a pour ordonnée $\frac{2}{3}$.

Quel est le lien entre t et t' ?

Les points M et M' sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

Donc $\widehat{AOM'} = \widehat{A'OM} = t'$.

Or les angles \widehat{AOM} et $\widehat{A'OM}$ sont adjacents donc $\widehat{AOM} + \widehat{A'OM} = \widehat{AOA'}$ d'où $t + t' = \pi$ donc $t' = \pi - t$.

III.

$A = -1$	$B = 0$	$C = 2$	$D = -7 \cos x - 4 \sin x$
----------	---------	---------	----------------------------

Détail des calculs :

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \times \sin(\pi + x) + \cos(-x) \times \cos(\pi + x)$$

$$A = \sin x \times (-\sin x) + \cos x \times (-\cos x)$$

$$A = -\sin^2 x - \cos^2 x$$

$$A = -(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$A = -1$$

$$B = \sin(-x) \times \cos x + \cos(-x) \times \sin x$$

$$B = -\sin x \times \cos x + \cos x \times \sin x$$

$$B = 0$$

$$C = \sin^2 x + 2 \sin x \times \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \times \cos x + \cos^2 x$$

$$C = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$C = 2$$

$$D = 3 \cos(17\pi - x) - \sin(45\pi + x) + 4 \cos(x - 25\pi) - 5 \sin(13\pi - x)$$

$$D = 3 \cos(16\pi + \pi - x) - \sin(44\pi + \pi + x) + 4 \cos(x + \pi - 26\pi) - 5 \sin(12\pi + \pi - x)$$

$$D = 3 \cos(\pi - x) - \sin(\pi + x) + 4 \cos(x + \pi) - 5 \sin(\pi - x)$$

$$D = 3(-\cos x) - (-\sin x) + 4(-\cos x) - 5 \sin x$$

$$D = -3 \cos x + \sin x - 4 \cos x - 5 \sin x$$

$$D = -7 \cos x - 4 \sin x$$

IV. QCM

1°) Le triangle ABC est rectangle isocèle en A donc $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{4}$.

Compte tenu de l'orientation de la figure, une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{BA}; \overline{BC})$ est égale à $-\frac{\pi}{4}$.

La réponse exacte est la **réponse a**.

2°) Le triangle ACD est équilatéral donc tous ses angles mesurent $\frac{\pi}{3}$.

Par suite, $\widehat{DCA} = \frac{\pi}{3}$.

Compte tenu de l'orientation, une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{CD}; \overline{CA})$ est égale à $\frac{\pi}{3}$.

La réponse exacte est la **réponse c**.

3°) Par suite, $\widehat{DCA} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$.

Compte tenu de l'orientation, une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{CB}; \overline{CD})$ est égale à $-\frac{7\pi}{12}$.

La réponse exacte est la **réponse b**.

4°)

$$\begin{aligned} (\overline{AD}; \overline{CB}) &= (\overline{AD}; \overline{AC}) + (\overline{AC}; \overline{CB}) \\ &= (\overline{AD}; \overline{AC}) + (-\overline{CA}; \overline{CB}) \\ &= (\overline{AD}; \overline{AC}) + (\overline{CA}; \overline{CB}) + \pi \\ &= -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \pi \\ &= \frac{-4\pi + 3\pi + 12\pi}{3} \\ &= \frac{11\pi}{3} \end{aligned}$$

Une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{AD}; \overline{CB})$ est égale à $\frac{11\pi}{3}$.

La réponse exacte est la **réponse a**.

Question	1°)	2°)	3°)	4°)
Réponse	a	c	b	a

V. Vrai ou faux ?

Question	1°)	2°)	3°)	4°)
Réponse	V	V	F	V

1°)

$$(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$$

$$(\vec{v}, \vec{u}) = -\frac{\pi}{2}$$

$$(\vec{v}, \vec{u}) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$(\vec{v}, \vec{u}) = \frac{3\pi}{2}$$

L'égalité $(\vec{v}, \vec{u}) = \frac{3\pi}{2} \pmod{2\pi}$ est donc vraie.

2°) On commence par faire une figure.

$$\begin{aligned} (\overline{BA}; \overline{BC}) &= (\overline{CD}; \overline{AD}) \\ &= (-\overline{DC}; -\overline{DA}) \\ &= (\overline{DC}; \overline{DA}) \end{aligned}$$

L'égalité $(\overline{BA}; \overline{BC}) = (\overline{DC}; \overline{DA}) \pmod{2\pi}$ est donc vraie.

3°)

$$\frac{11\pi}{4} = \frac{8\pi + 3\pi}{4} = 2\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{valeur remarquable})$$

$$\sin\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{valeur remarquable})$$

L'égalité $\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{11\pi}{4}\right)$ est donc fausse.

On pouvait évidemment le vérifier directement sur la calculatrice !

$$4^\circ) \tan\frac{\pi}{3} \times \tan\frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$$

L'égalité $\tan\frac{\pi}{3} \times \tan\frac{\pi}{6} = 1$ est donc vraie.

VI.

Un système de coordonnées polaires de A est : $\left(4; \frac{\pi}{3}\right)$.

A a pour coordonnées cartésiennes $(2; 2\sqrt{3})$.

Calcul des coordonnées cartésiennes de A :

$$\begin{cases} x_A = 4 \times \cos \frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \\ y_A = 4 \times \sin \frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Attention, le triangle OAB doit être équilatéral direct (sur la figure, le point B était hors du quadrillage).

Donc $OA = OB = 4$ et $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi}$.

Par suite, $(\vec{i}; \overrightarrow{OB}) = (\vec{i}; \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \pmod{2\pi}$

Un système de coordonnées polaire de B est : $\left(4; \frac{2\pi}{3}\right)$.

VII.

1°)

Pour $n = 12$, le nombre de sortie est égal à **6**.

2°) La valeur de c affichée représente **le nombre de diviseurs entiers naturels de n . c est un compteur, qui compte le nombre de diviseurs entiers naturels de n .**

3°) **Question hors barème**

Cet algorithme affiche la valeur 2 lorsque n n'admet que 2 diviseurs entiers naturels c'est-à-dire lorsque n est un nombre premier (divisible que par 1 et par lui-même).

Rappel : la liste des nombres premiers commence par 2, 3, 5, 7, 11, 13...

VIII. Si le nombre d'entrée est 10, le nombre de sortie est **55**.

IX. 1°)

Pour $n = 35$, le nombre de sortie est égal à **2**.

Pour $n = 55$, le nombre de sortie est égal à **0**.

2°)

Le nombre de sortie u représente **le reste de la division euclidienne de n par 11**.

On revient en effet à la source même de la division euclidienne.

Pour faire la division euclidienne d'un nombre entier par 11, on retire 11 autant de fois qu'on le peut.

Lorsque le nombre d'entrée n est égal à 2011, le nombre de sortie est **9** (reste de la division euclidienne de 2011 par 9, que l'on peut aisément calculer à la main).

X. Logique

1°)

A : « Pour que $\cos x \times \sin x \leq 0$, **il suffit** que $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ ».

B : « Pour qu'un point $M(x, y)$ dans le plan muni d'un repère appartienne à la courbe de la fonction cosinus, **il faut** que $-1 \leq y \leq 1$ ».

C : « Pour que $\sin(x - y) = 0$, **il suffit** que $x = y$ ».

2°) La proposition P est **vraie**.

La proposition Q est **fausse**.