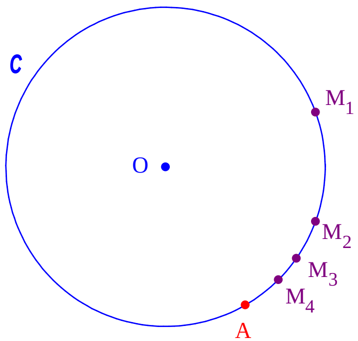
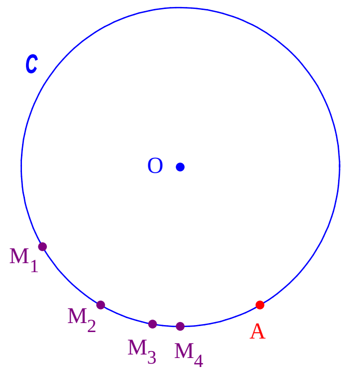
$1^{ère}$ S

Exercices sur la tangente à la courbe d'une fonction (approche expérimentale)

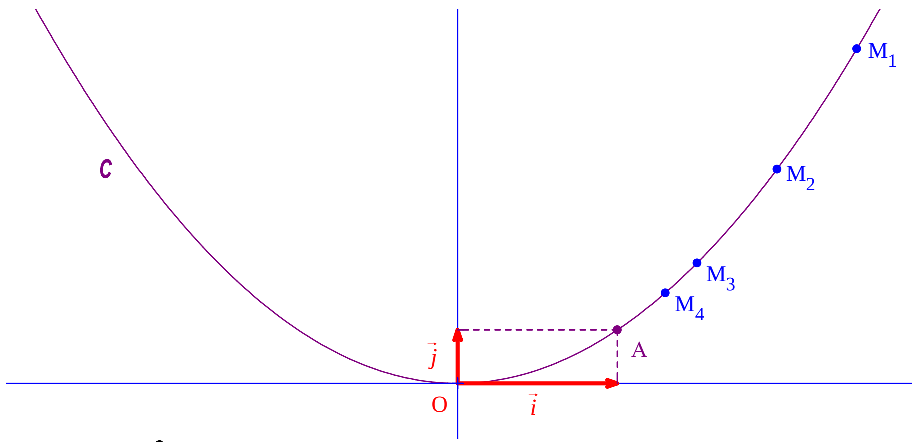
1 Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et A un point fixé de $\mathcal{C}$.
Soit M un point « mobile » de $\mathcal{C}$ distinct de A.
On note M_1, M_2, M_3, M_4 plusieurs positions de M.
1°) Sur chacune des figures :
- tracer les droites (AM_1), (AM_2), (AM_3), (AM_4).
- tracer la tangente Δ en A à $\mathcal{C}$.

2°) Que peut-on dire de la droite (AM) lorsque M se rapproche de A ?





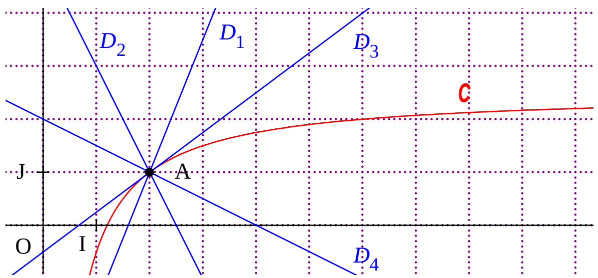
2 On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction carré.



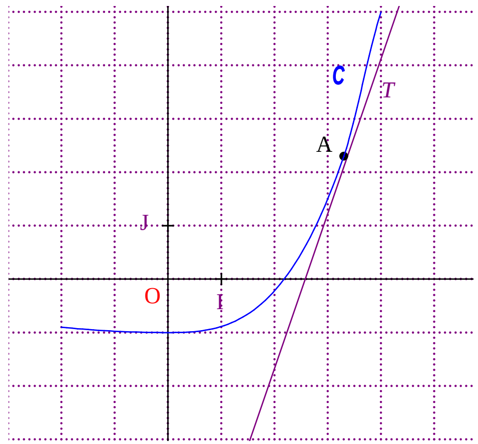
On note A le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 1.
Soit M un point « mobile » de $\mathcal{C}$ distinct de A.
On note M_1, M_2, M_3, M_4 plusieurs positions de M.
Sur la figure, tracer les droites (AM_1), (AM_2), (AM_3), (AM_4).

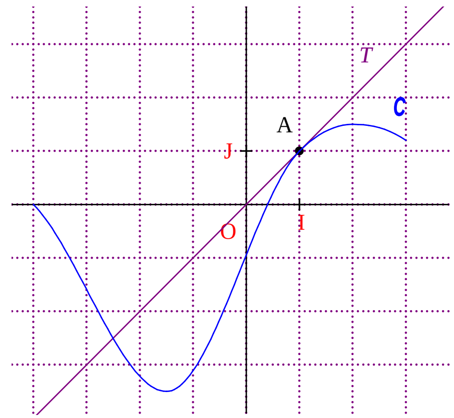
3 **Idée intuitive**

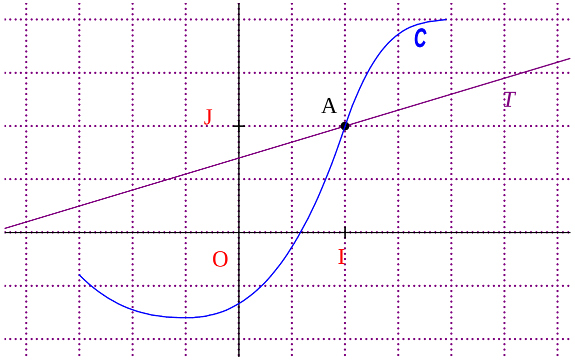
Parmi les droites D_1, D_2, D_3 et D_4 ci-dessous, quelle est celle qui correspond à l'idée intuitive d'une tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A ?

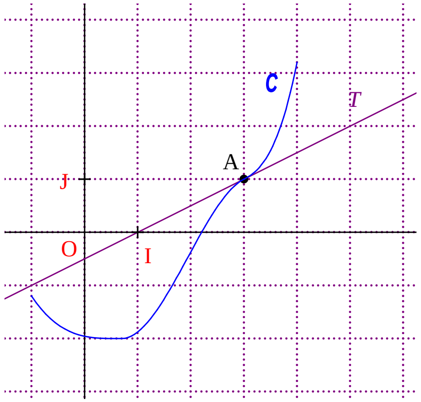


4 Dans chaque cas, dire sans justifier si la droite T semble tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A.





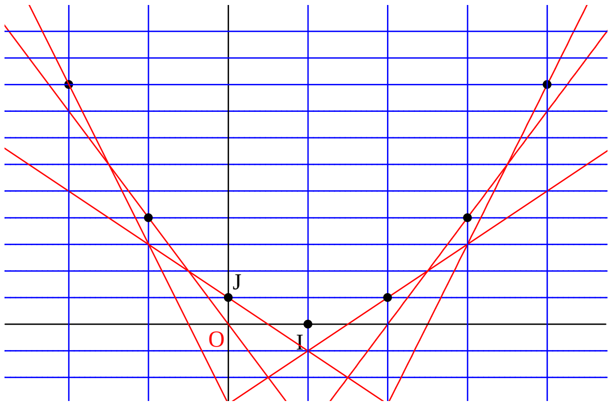




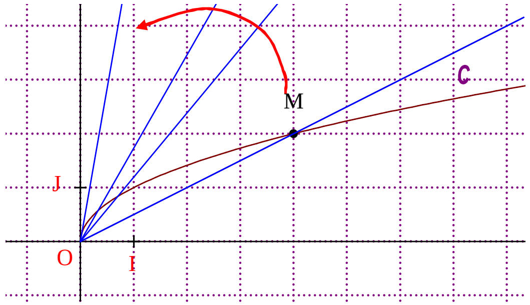
5 **Reconstituer une courbe à partir des tangentes.**

Il y avait une courbe sur le graphique ci-dessous. Il ne reste que quelques-uns de ses points (les points noirs) et les tangentes passant pas ces points (en rouge).

Tracer une ébauche de la courbe disparue. Effectuer le tracé « à la main » en essayant de faire le tracé le plus harmonieux possible.



6 Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on note $\mathcal{C}$ la courbe de la fonction racine carrée.
Soit M un point mobile de $\mathcal{C}$.
Que peut-on dire la position limite de la droite (OM) lorsque M se rapproche de O (sur la courbe) ?



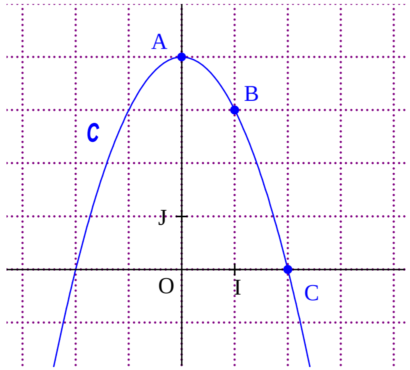
7 Deux élèves ont un avis différent sur les tangentes à la courbe de la fonction carré.

Elève 1 : « Il y a une infinité de tangentes en tout point. »
Elève 2 : « Il y a une seule tangente en tout point. »

Lequel des deux a raison ?

8 Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on note $\mathcal{C}$ la courbe ci-dessous.

1°) Reproduire cette courbe et tracer les droites (AB) et (AC). Lire graphiquement leurs coefficients directeurs. Donner leurs équations réduites.
2°) Dire intuitivement quelle est la tangente en A à $\mathcal{C}$. La tracer en rouge sur le graphique précédent.



$\boxed{\textbf{9}}$ On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - x$.

1°) Calculer $f(2)$.

2°) Soit h un réel non nul. Calculer $f(2+h)$ puis $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$ en fonction de h sous forme simplifiée.

$\boxed{\textbf{10}}$ On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1°) Calculer $f(1)$.

2°) Soit h un réel non nul différent de -1. Calculer $f(1+h)$ puis $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ sous forme simplifiée.

Notes de correction et commentaires

$\boxed{2}$ La droite D_3 « touche » la courbe $\mathcal{C}$ en unique point A au niveau du « dôme » de la courbe (au niveau du sommet de la « forme arrondie »). C'est n'importe quoi mais ça permet de comprendre.
La courbe vient coller la tangente en ce point (au voisinage du point uniquement).
Elle fait un peu boomerang.

Commentaires oraux :

« La tangente, c'est celle dont l'allure ressemble le plus à celle de la courbe. »
« Il y a une seule tangente à une courbe en un point. »
« Une tangente peut partir n'importe comment ». (Pauline Faivre).
« Parmi les droites qui sont tracées sur la figure, la tangente est celle qui frôle la courbe (elle est la plus proche des deux côtés. »

Pas de notion de perpendiculaire (cela marcherait seulement si la courbe était un cercle).

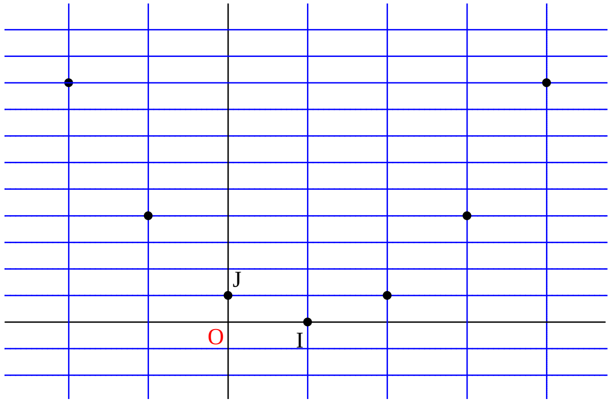
On voit dans ce 1er exercice, la notion de point de contact ou de point de tangence.
On peut refaire la démarche avec la règle non graduée en faisant autour du point A.

On peut parler de la position de la tangente par rapport à la courbe.
La courbe est strictement au-dessous ou sécante en A à la tangente.

$\boxed{3}$ **Pour aller plus loin,** lorsque T est bien la tangente à la courbe $\mathcal{C}$, on peut parler de la position de $\mathcal{C}$ par rapport à T.

$\boxed{4}$ Cet exercice permet de voir que les tangentes permettent de tracer la courbe.

Dire d'abord que si je donne seulement les points. On peut tracer une courbe qui passe par ces points mais le tracé est assez approximatif.



Le tracé est amélioré à partir du moment où l'on donne des tangentes en ces points (plus il y a de oints plus le tracé est précis ; mais également, plus il y a de tangentes plus le tracé est précis).
Il y a plein de tangentes mais une seule en chaque point.
Permet de voir une courbe comme « enveloppe » des tangentes.

La courbe a en fait pour équation $y=(x-1)^2$ (décalage d'une unité vers la droite de la courbe de la fonction carré).