1

$1^{\text{ère}}$ S

Exercices sur les équations et inéquations trigonométriques (2)

$\boxed{1}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\boxed{2}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $1+2\sin x=0$.

$\boxed{3}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin x=-2$.

$\boxed{4}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\boxed{5}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin 3x=\dfrac{1}{2}$.

$\boxed{6}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin 5x+\sin x=0$.

$\boxed{7}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos^2 x+7\cos x+3=0$.

$\boxed{8}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{3}\cos x+\sin 2x=0$.

$\boxed{9}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{1}{2}\cos x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x=1$.

Réponses

$\boxed{1}$ $S=\left\{\dfrac{\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\dfrac{\pi}{4}+2k'\pi,\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{2}$ $S=\left\{-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\dfrac{5\pi}{6}+2k'\pi,\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{3}$ $S=\varnothing$

$\boxed{4}$ $S=\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\dfrac{\pi}{12}+k'\pi,\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{5}$ $S=\left\{\dfrac{\pi}{18}+\dfrac{2k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\dfrac{5\pi}{18}+\dfrac{2k'\pi}{3},\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{6}$ Astuce : l'équation est équivalente $\sin 5x=-\sin x$ soit $\sin 5x=\sin(-x)$.

$S=\left\{\dfrac{k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\dfrac{\pi}{4}+k'\dfrac{\pi}{2},\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{7}$ Astuce : on effectue le changement d'inconnue $X=\cos x$.

$S=\left\{\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\dfrac{2\pi}{3}+2k'\pi,\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{8}$ Astuce : utiliser la formule de duplication $\sin 2x=2\sin x\times\cos x$ puis factoriser le 1er membre.

$S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\dfrac{\pi}{3}+2k'\pi,\ k'\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\dfrac{4\pi}{3}+2k''\pi,\ k''\in\mathbb{Z}\right\}$

$\boxed{9}$ Astuce : réduire le 1er membre en utilisant une formule d'addition.

$S=\left\{-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Solutions détaillées

$\boxed{4}$ Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (1).

Astuce de départ :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\pi}{6}$$

Réécriture de l'équation

$$(1)\Leftrightarrow\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi\quad(k\in\mathbb{Z})\\ \text{ou}\\ 2x-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{6}+2k'\pi\quad(k'\in\mathbb{Z})\end{cases}$$