1ère S

Exercices sur les suites (3)
(Suites arithmétiques - suites géométriques)

$\boxed{1}$ Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -15$ et de raison $r = 2$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{2}$ Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = \frac{4}{5}$ et de raison $r = \frac{1}{3}$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{3}$ Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_3 = -5$ et de raison $r = \frac{3}{2}$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{4}$ Soit u la suite géométrique de premier terme $u_0 = -4$ et de raison $q = 3$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{5}$ Soit u la suite géométrique de premier terme $u_1 = \frac{1}{3}$ et de raison $q = 7$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{6}$ Soit u la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = \frac{3}{4}$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{7}$ Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -5$ et de raison $r = 3$.
Calculer la somme des dix premiers termes.

$\boxed{8}$ Soit u la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = -\frac{1}{2}$.

Calculer $S = u_0 + u_1 + ... + u_{10}$.

$\boxed{9}$ Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$.
Calculer $S = u_0 + u_1 + ... + u_{15}$.

Définition pour l'exercice $\boxed{10}$.

Lorsque l'on place un capital à **intérêts composés,** à la fin de chaque période, les intérêts générés sont ajoutés au capital pour produire de nouveaux intérêts. On dit aussi que les intérêts sont capitalisés.

Exemple :

On placement un capital de 100 € à un taux annuel de 5 % d'intérêts composés.

La 1ère année, les intérêts seront de : $100 \times \frac{5}{100} = 5$ €.

La 2e année, les intérêts seront de : $105 \times \frac{5}{100} = 5{,}25$ €.

La 1ère année la valeur acquise par le capital est égale à 105 €.
La 2e année la valeur acquise par le capital est égale à $105 + 5{,}25 = 110{,}25$ €.
Etc.

$\boxed{10}$ On place 3000 € à intérêts composés au taux annuel de 5 % par an.
Dans un placement à intérêts composés, les intérêts produits chaque année sont calculés sur le capital de l'année précédente.

On note C_n la valeur acquise par le capital au bout de n années (en €).

1°) Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire la nature de la suite (C_n).

2°) Exprimer C_n en fonction de n.

3°) Calculer C_5.

$\boxed{11}$ La population d'un pays augmente de 3 % par an. En 1998, ce pays compte 2000 habitants.
On note P_n la population au bout de n années.

1°) Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n. En déduire la nature de la suite (P_n).

2°) Exprimer P_n en fonction de n.

3°) Calculer P_{10}.

$\boxed{12}$ Le prix d'un matériel baisse de 15 % chaque année. Son prix à l'état neuf était 1800 €.
On note P_n le prix au bout de n années (en €).

1°) Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n. En déduire la nature de la suite (P_n).

2°) Exprimer P_n en fonction de n.

3°) Déterminer par essais successifs au bout de combien d'années la cote de ce matériel sera inférieure à 450 €.

$\boxed{13}$ Soit u une suite arithmétique telle que $u_4 = 26$ et $u_{10} = 41$.

1°) Calculer la raison.

2°) Calculer u_{15}.

$\boxed{14}$ Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = 0$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 3u_n + 4$.

1°) Calculer u_1, u_2, u_3.

2°) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n + 2$.

a) Soit n un entier naturel fixé.
Exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1} puis v_{n+1} en fonction de u_n et enfin v_{n+1} en fonction de v_n.

b) Quelle est la nature de la suite v ?

c) Calculer v_0 ; exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

$\boxed{15}$ Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = 5$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 2u_n - 1$.

1°) Calculer u_1, u_2, u_3.

2°) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 1$.

a) Soit n un entier naturel fixé. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

b) Quelle est la nature de la suite v ?

c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

16 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = -1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

1°) Calculer u_1, u_2, u_3.

2°) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 3$.

a) Soit n un entier naturel fixé. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

b) Quelle est la nature de la suite v ?

c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

17 Calculer la somme $S = 1+3+5+...+99$ en utilisant une suite (il faut rédiger convenablement).

18 Calculer la somme $S = 1+2+2^2+...+2^9$.

19 Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = \frac{2}{7}$.

Déterminer n tel que $u_n = 109$.

20 Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison $r = \frac{1}{5}$.

Déterminer l'entier naturel n tel que la somme des n premiers termes de cette suite soit égale à 189.

21 Soit u la suite définie par $u_n = -\frac{2\times 3^n}{7^{n-1}}$.

Déterminer la nature de la suite u et déterminer son sens de variation.

22 Soit u la suite définie par $u_n = \frac{8}{3^{n+1}}$.

Déterminer la nature de la suite u et déterminer son sens de variation.

23 Soit u la suite géométrique telle que $u_4 = 24$ et $u_7 = 192$. Calculer u_0 et la raison q.

24 Soit a, b, c trois termes consécutifs d'une suite arithmétique tels que $a+b+c=9$ (1) et $a^2+b^2+c^2=59$ (2) (les deux conditions doivent être vérifiées simultanément).

Déterminer a, b, c.

25 Soit u une suite arithmétique telle que $u_0 = -3$ et $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5 = 150$.

Déterminer la raison r.

26 Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$.

Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = \frac{1}{u_n}$ (on admettra que pour tout entier naturel n, on a : $u_n \neq 0$).

1°) Déterminer la nature de la suite v.

2°) Exprimer u_n en fonction de n.

27 Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par son premier terme $u_1 = 5$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{n+1}{4n}u_n$.

1°) Calculer u_2 et u_3.

2°) Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = \frac{u_n}{n}$.

Déterminer la nature de la suite v.

3°) Exprimer u_n en fonction de n.

Réponses

1 $u_n = 2n-15$ **2** $u_n = \frac{4}{5}+\frac{n}{3}$ **3** $u_n = \frac{3n-19}{2}$ (cette formule n'est valable que pour les entiers naturels n supérieurs ou égaux à 3 car le premier terme de la suite est u_3).

4 $u_n = -4\times 3^n$ **5** $u_n = \frac{7^{n-1}}{3}$ **6** $u_n = 5\times\left(\frac{3}{4}\right)^n$

7 $S = 85$ **8** $S = \frac{2049}{1024}$ **9** $S = -160$

10 1°) $C_{n+1} = 1{,}05\ C_n$ 2°) $C_n = 3000\times(1{,}05)^n$ 3°) $C_5 = 3828{,}84...$

11 1°) $P_{n+1} = 1{,}03\ P_n$ 2°) $P_n = 2000\times(1{,}03)^n$ 3°) $P_{10} = 2687{,}8327...$

12 1°) $P_{n+1} = 0{,}85\ P_n$ 2°) $P_n = 1800\times(0{,}85)^n$ 3°) au bout de 9 ans **13** 1°) $r = \frac{5}{2}$ 2°) $u_{15} = \frac{107}{2}$

14 Il s'agit de l'étude d'une suite arithmético-géométrique.

1°) $u_1 = 4$; $u_2 = 16$; $u_3 = 52$ 2°) c) $u_n = 2\times 3^n - 2$

15 Il s'agit de l'étude d'une suite arithmético-géométrique.

1°) $u_1 = 9$; $u_2 = 17$; $u_3 = 33$ 2°) a) $v_{n+1} = 2v_n$ c) $u_n = 4\times 2^n + 1 = 2^{n+2}+1$

16 Il s'agit de l'étude d'une suite arithmético-géométrique.

1°) $u_1 = \frac{5}{3}$; $u_2 = \frac{23}{9}$; $u_3 = \frac{77}{27}$ 2°) a) $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ c) $v_n = 3-4\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$ **17** $S = 2500$ **18** $S = 1023$

19 $n = 364$

20 $n = 35$

21 u est une suite géométrique de premier terme $u_0 = -14$ et de raison $q = \frac{3}{7}$; la suite u est strictement croissante à partir de l'indice 0.

22 u est une suite géométrique de premier terme $u_0 = \frac{8}{3}$ et de raison $q = \frac{1}{3}$; la suite u est strictement décroissante à partir de l'indice 0.

23 $u_0 = \frac{3}{2}$; $q = 2$

24 **1er cas :** $a=-1$; $b=3$; $c=7$; **2e cas :** $a=7$; $b=3$; $c=-1$

25 $r = \frac{56}{5}$

26 Ce type d'exercice demande de savoir mettre en connexion toutes les formules du cours.

1°) v est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = \frac{1}{3}$ et $r = 1$ 2°) $u_n = \frac{3}{1+3n}$

27 1°) $u_2 = \frac{5}{2}$; $u_3 = \frac{15}{16}$

2°) v est une suite géométrique de premier terme $v_1 = 5$ et de raison $q = \frac{1}{4}$.

3°) $u_n = \frac{5n}{4^{n-1}}$

Solutions détaillées

$\boxed{8}$ u : suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = -\frac{1}{2}$

Calculons $S = u_0 + u_1 + ... + u_{10}$.

Mauvaise méthode (longue et fastidieuse)

On calcule tous les termes jusqu'à u_{10}.

$u_0 = 3$

$u_1 = -\frac{3}{2}$

$u_2 = \frac{3}{4}$

$u_3 = -\frac{3}{8}$

$u_4 = \frac{3}{16}$

$u_5 = -\frac{3}{21}$

$u_6 = \frac{3}{64}$

$u_7 = -\frac{3}{128}$

$u_8 = \frac{3}{256}$

$u_5 = -\frac{3}{512}$

$u_{10} = \frac{3}{1024}$

$S = 3 - \frac{3}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{8} + \frac{3}{16} - \frac{3}{32} + \frac{3}{64} - \frac{3}{128} + \frac{3}{256} - \frac{3}{512} + \frac{3}{1024}$

$S = \frac{3072}{1024} - \frac{1536}{1024} + \frac{768}{1024} - \frac{384}{1024} + \frac{192}{1024} - \frac{96}{1024} + \frac{48}{1024} - \frac{24}{1024} + \frac{12}{1024} - \frac{6}{1024} + \frac{3}{1024}$

$S = \frac{2049}{1024}$

Bonne méthode : utilisation de la formule sommatoire pour les suites géométriques

$\boxed{9}$ u : suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$

Calculons $S = u_0 + u_1 + ... + u_{15}$.

Mauvaise méthode (longue et fastidieuse)

On calcule tous les termes jusqu'à u_{10}.

$u_0 = 5$

$u_1 = 3$

$u_2 = 1$

$u_3 = -1$

$u_4 = -3$

$u_5 = -5$

$u_6 = -7$

$u_7 = -9$

$u_8 = -11$

$u_9 = -13$

$u_{10} = -15$

$u_{11} = -17$

$u_{12} = -19$

$u_{13} = -21$

$u_{14} = -23$

$u_{15} = -25$

$S = u_0 + u_1 + ... + u_{15}$

$S = 5 + 1 - 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 - 17 - 19 - 21 - 23 - 25$

$S = -165$

Bonne méthode : utilisation de la formule sommatoire pour les suites arithmétiques

$\boxed{17}$ Calculons la somme $S = 1 + 3 + 5 + ... + 99$.

Solution détaillée :

Il s'agit de la somme de tous les entiers naturels impairs de 1 à 99.

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 2$.

$\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n = u_0 + nr$ soit $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n = 1 + 2n$.

On a $99 = u_{49}$ (vérification immédiate).

On effectue une réécriture de la somme (à l'aide de la suite) : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_{49}$.

On applique la formule sommatoire pour la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique.

$S_n = (\text{nombre de termes}) \times \dfrac{1^{\text{er}} + \text{dernier}}{2} = 50 \times \dfrac{u_0 + u_{49}}{2} = 50 \times \dfrac{1+99}{2} = 2500$

$\boxed{18}$ **Solution détaillée :**

Calculons la somme $S = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^9$.

Remarque : A la base S_n est une somme définie en extension (présence des trois petits points).

L'objectif de l'exercice est de calculer simplement cette somme sans calculer chaque terme bien évidemment.

1$^{\text{ère}}$ méthode :

On applique la formule sommatoire du cours : $1 + q + q^2 + ... + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1-q}$ valable pour $q \neq 1$.

On applique cette formule avec $q = 2$ et $n = 9$.

$$S_n = \frac{1-2^{10}}{1-2} = \frac{1-2^{10}}{-1} = 2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$$

2$^{\text{e}}$ méthode :

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 2$.

$\forall n \in \mathbb{N} \;\; u_n = u_0 \times q^n$ soit $\forall n \in \mathbb{N} \;\; u_n = 2^n$.

On effectue une réécriture de la somme (à l'aide de la suite) : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_9$.

On applique la formule sommatoire pour les suites géométriques :

$$S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1-q} = 1 \times \frac{1-2^{10}}{1-2} = \frac{1-2^{10}}{-1} = 2^{10} - 1 = 1023$$

(Pour calculer le nombre de termes de la somme, on effectue le calcul : $9 - 0 + 1 = 10$ selon la formule (dernier indice) – (premier indice) + 1.)

$\boxed{19}$ u : suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = \dfrac{2}{7}$

Déterminons n tel que $u_n = 109$ (1).

(1) $\Leftrightarrow \;\; 5 + \dfrac{2}{7}n = 109$

$\Leftrightarrow \;\; \dfrac{2}{7}n = 104$

$\Leftrightarrow \;\; n = 364$

$\boxed{20}$ Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on pose : $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$ (somme des n premiers termes).

$$S_n = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$$

$$S_n = n \times \frac{4 + (n-1)\frac{1}{5}}{2}$$

$$S_n = n \times \frac{\frac{n+19}{5}}{2}$$

$$S_n = n \times \frac{n+19}{10}$$

(1) $\Leftrightarrow \;\; n \times \dfrac{n+19}{10} = 189$

$\Leftrightarrow \;\; n^2 + 19n - 1890 = 0$

Considérons le polynôme $x^2 + 19x - 1890$ $(x \in \mathbb{R})$.

Son discriminant est égal à $\Delta = 361 + 7\,560$
$= 7\,921$
$= 89^2$

$\Delta > 0$

On en déduit que le polynôme admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$:

$x_1 = \dfrac{-19+89}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-19-89}{2}$

$= 35$ $\qquad$ $= -54$

Or la suite u est définie sur $\mathbb{N}$ donc (1) $\Leftrightarrow n = 35$.

$\boxed{21}$ $u_n = -\dfrac{2 \times 3^n}{7^{n-1}}$

Déterminons la nature de la suite u et déterminons son sens de variation.

1$^{\text{ère}}$ méthode : On transforme l'expression de u_n.

$u_n = -\dfrac{2 \times 3^n}{7^n \times 7^{-1}} = -\dfrac{2}{7^{-1}} \times \dfrac{3^n}{7^n} = -\dfrac{2}{\frac{1}{7}} \times \left(\dfrac{3}{7}\right)^n = -14 \times \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$ (on reconnaît une expression de la forme $u_0 \times q^n$)

u est une suite géométrique de premier terme $u_0 = -14$ et de raison $q = \dfrac{3}{7}$.

On a $u_0 < 0$ et $0 < q < 1$ donc la suite u est strictement croissante à partir de l'indice 0.

2^e^ méthode : On calcule le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=-\frac{2\times3^{n+1}}{7^n}\times\left(-\frac{7^{n-1}}{2\times3^n}\right)$$

$$=\frac{2\times3^{n+1}\times7^{n-1}}{7^n\times2\times3^n}$$

$$=\frac{3}{7}\quad\text{(on applique les règles sur les puissances)}$$

Ce quotient est un nombre fixe (indépendant de n).

u est une suite géométrique de premier terme $u_0=-14$ et de raison $q=\dfrac{3}{7}$.

N.B. : Cette 2^e^ méthode est plus longue que la 1^ère^. Il vaut mieux l'éviter car les calculs ne sont pas très agréables.

22 $u_n=\dfrac{8}{3^{n+1}}$

Déterminons la nature de la suite u et son sens de variation.

1^ère^ méthode : On transforme l'expression de u_n.

$$\forall\, n\in\mathbb{N}\quad u_n=\frac{8}{3}\times\frac{1}{3^n}=\frac{8}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

u est une suite géométrique de premier terme $u_0=\dfrac{8}{3}$ et de raison $q=\dfrac{1}{3}$.

On a $u_0>0$ et $0<q<1$ donc la suite u est strictement décroissante à partir de l'indice 0.

2^e^ méthode : On calcule le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{8\times3^{n+1}}{3^{n+2}\times8}$$

$$=\frac{1}{3}$$

u est une suite géométrique de raison $q=\dfrac{1}{3}$.

23 u : suite géométrique telle que $u_4=24$ et $u_7=192$.
Calculons q et u_0.

On a : $u_7=u_4\times q^3$ soit $192=24q^3$ d'où $8=q^3$ donc $q=2$.

D'autre part, on a : $u_4=u_0\times q^4$ soit $24=u_0\times2^4$ d'où $u_0=\dfrac{24}{16}$ donc $u_0=\dfrac{3}{2}$.

24 a, b, c sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique tels que $a+b+c=9$ (1) et $a^2+b^2+c^2=59$ (2).

Déterminons a, b, c.

Méthode : On note r la raison de la suite.
On va prendre pour inconnue le nombre b pour avoir les calculs les plus simples possibles.

On a donc $a=b-r$ et $c=b+r$.

L'égalité (1) donne alors : $b\cancel{-r}+b+b\cancel{+r}=9$ donc $3b=9$.
On obtient finalement $b=3$.

Par suite, $a=3-r$ et $c=3+r$.

L'égalité (2) donne alors : $(3-r)^2+3^2+(3+r)^2=59$

soit $9\cancel{-6r}+r^2+9+9\cancel{+6r}+r^2=59$

d'où $27+2r^2=59$

$r^2=16$

$r=4$ ou $r=-4$

On distingue donc 2 cas :

1^er^ cas : $r=4$

$a=-1$; $b=3$; $c=7$

2^e^ cas : $r=-4$

$a=7$; $b=3$; $c=-1$

25 u : suite arithmétique telle que $u_0=-3$ et $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=150$.
Déterminons la raison r.

On pose : $S=u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5$.

On applique la formule sommatoire des termes consécutifs d'une suite arithmétique.

On a donc $S=6\times\dfrac{u_0+u_5}{2}$ soit $S=3(u_0+u_5)$.

Or $u_5=u_0+5r$ d'où $u_5=-3+5r$.

Par conséquent, $S=3(-3-3+5r)=3(-6+5r)$.

On en déduit que $3(-6+5r)=150$ d'où $-6+5r=50$ donc $r=\dfrac{56}{5}$.

26 u : suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$

Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$ (on définit une suite auxiliaire).

1°) Déterminons la nature de la suite v.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\dfrac{u_n}{1+u_n}} = \frac{1+u_n}{u_n} = \frac{1}{u_n} + 1 = v_n + 1$$

On en déduit que la suite v est une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme $v_0 = \dfrac{1}{3}$.

2°) Exprimons u_n en fonction de n.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{3} + n$$

Or $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{1}{u_n}$ d'où $u_n = \dfrac{1}{v_n}$.

On en déduit que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \dfrac{1}{\dfrac{1}{3}+n} = \dfrac{1}{\dfrac{1+3n}{3}} = \dfrac{3}{1+3n}$

27 u : suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par son premier terme $u_1 = 5$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{n+1}{4n} u_n$.

1°) Calculons u_2 et u_3.

$$u_2 = \frac{1+1}{4\times 1} u_1 = \frac{2}{4} \times 5 = \frac{5}{2}$$

$$u_3 = \frac{2+1}{4\times 2} u_2 = \frac{3}{8} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{16}$$

2°) Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = \dfrac{u_n}{n}$.

Déterminons la nature de la suite v.

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{\dfrac{n+1}{4n} u_n}{n+1} = \frac{n+1}{4n} u_n \times \frac{1}{n+1} = \frac{u_n}{4n} = \frac{1}{4} v_n$$

On en déduit que v est une suite géométrique de premier terme $v_1 = 5$ et de raison $q = \dfrac{1}{4}$.

3°) Exprimons u_n en fonction de n.

On commence par exprimer v_n en fonction de n.

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = v_1 \times q^{n-1}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = 5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{5}{4^{n-1}}$$

Or $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \dfrac{u_n}{n}$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = n v_n$

D'où $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \dfrac{5n}{4^{n-1}}$