1$^{\text{ère}}$ S

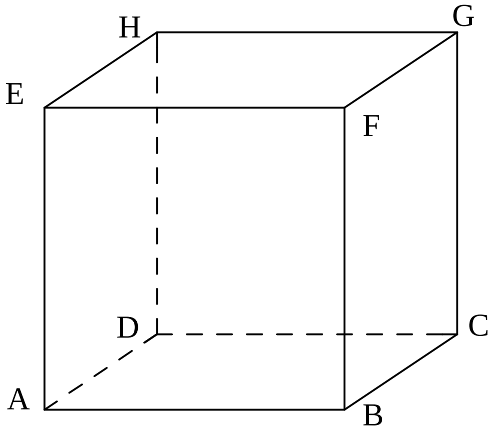
Exercices sur les sections de solides de l'espace

1 Soit ABCDEFGH un cube.
Le plan (BEG) coupe le plan (ABC) selon une droite Δ.

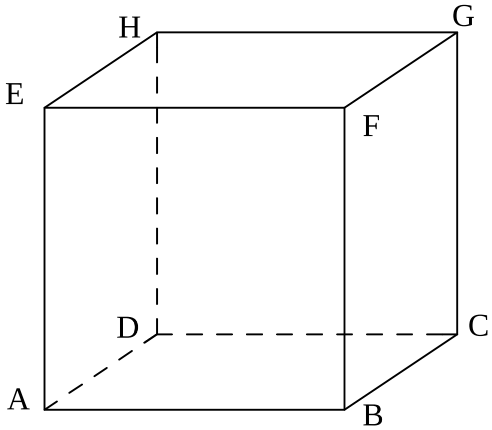
1°) Déterminer un point de Δ.

2°) Démontrer que Δ // (EG).

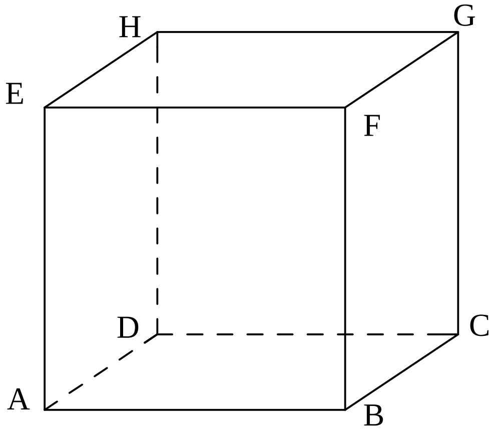
3°) Tracer Δ sur une figure en perspective cavalière.



2 Soit ABCDEFGH un cube.
Soit I un point quelconque de]AE[et J un point quelconque de]BF[.
Le plan (HIJ) coupe le plan (ABC) selon une droite Δ.
Représenter Δ sur une figure en perspective cavalière.

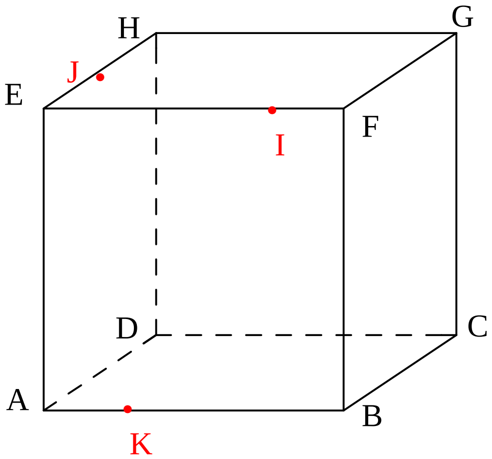


$\boxed{\textbf{3}}$ On considère un cube ABCDEFGH.
Soit U un point de]AB[et V un point de]AE[.
Citer sans justifier deux droites définies par des arêtes, autres que (AB) et (AE), que rencontre la droite (UV).

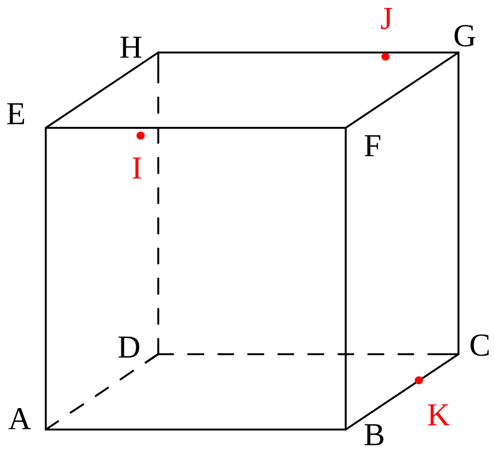


$\boxed{\textbf{4}}$ Dans chaque cas, tracer la section du cube ABCDEFGH par le plan (IJK).
Il faut nommer les points de construction.

I $\in$[EF] ; J $\in$[EH] ; K $\in$[AB]

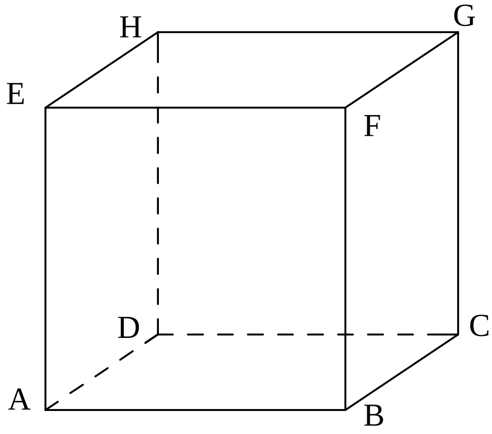


I $\in$[EF] ; J $\in$[GH] ; K $\in$[BC]

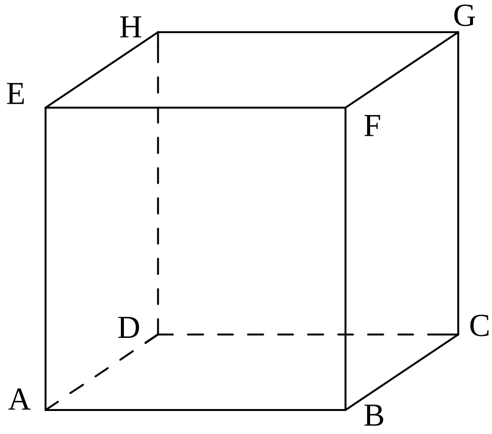


$\boxed{5}$ Dans chaque cas, représenter un cube ABCDEFGH et placer les points M et N comme indiqué. Construire la section du cube par le plan (AMN).

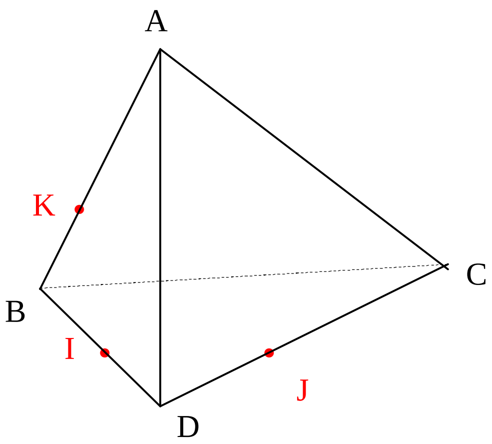
1^er^ cas : $M \in]BC[$ et $N \in]EF[$



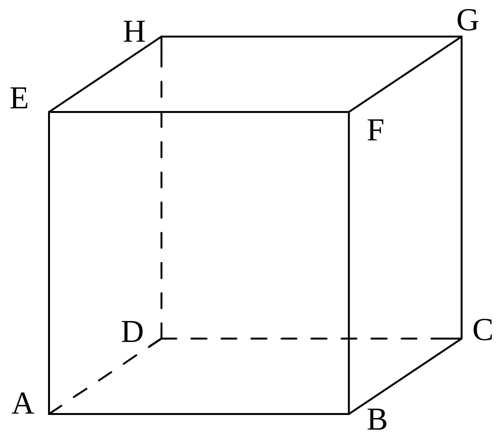
2^e^ cas : $M \in]BC[$ et $N \in]GH[$



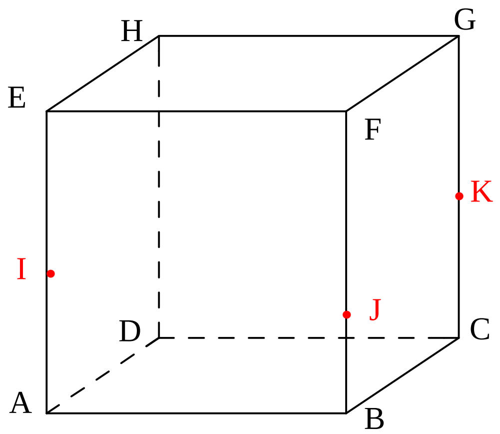
$\boxed{6}$ Tracer la section du tétraèdre ABCD par le plan (IJK).



$\boxed{7}$ Soit ABCDEFGH un cube et I un point fixé de]AB[. Tracer la section du cube par le plan (ICH).



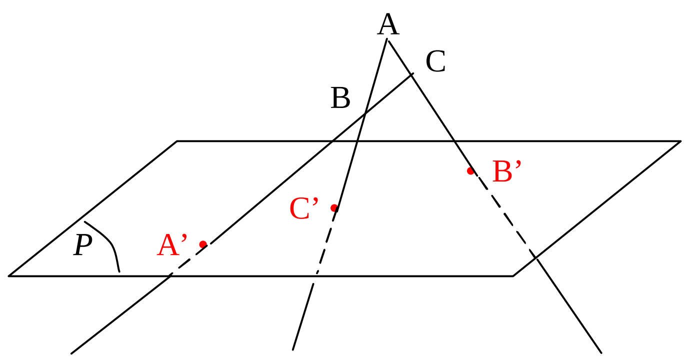
$\boxed{8}$ Sur le cube ci-dessous tracer la section par le plan (IJK).



$\boxed{9}$ Soit ABCDEFGH un cube. Démontrer que $(\mathrm{BEG}) /\!/ (\mathrm{ACH})$.
Citer le théorème utilisé.

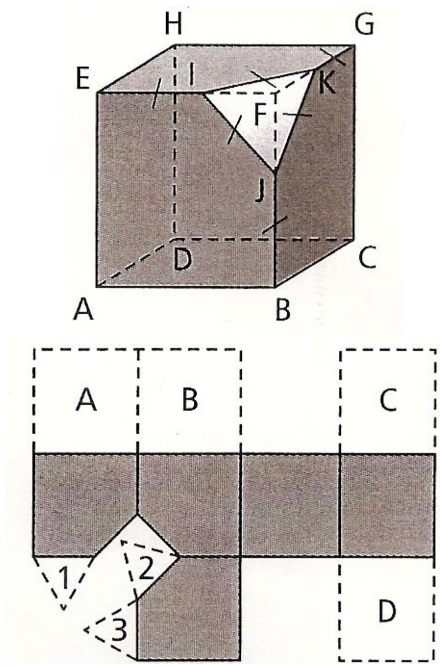
$\boxed{10}$ Soit *D* et *D*’ deux droites de l’espace contenues dans un plan *P* et sécantes en un point A.
Soit M un point extérieur au plan *P*.
On note *Q* le plan défini par le point M et la droite *D* et *Q*’ le plan défini par le point M et la droite *D*’.
Pourquoi les plans *Q* et *Q*’ sont-ils sécants ? Quelle est l’intersection de *Q* et *Q*’ ?

$\boxed{11}$ Soit *P* un plan de l’espace et A, B, C trois points non alignés qui n’appartiennent pas à *P*.
On suppose que (AB) coupe *P* en C’, que (AC) coupe *P* en B’ et que (BC) coupe *P* en A’.
Démontrer que les points A’, B’, C’ sont alignés.



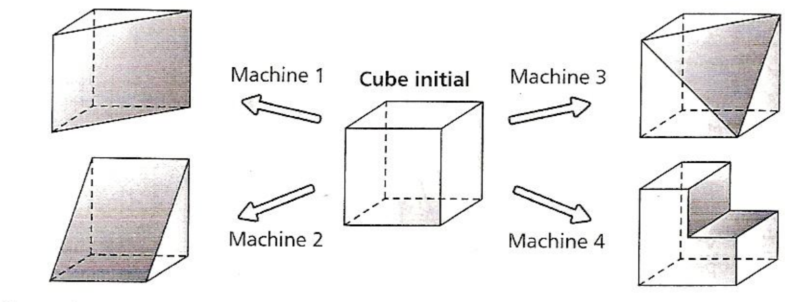
12 Une droite D coupe (ou « perce ») un plan P en un point O.
Soit A et B deux points de D tels que O est entre A et B.
Soit M un point tel que (MA) coupe P en I et (MB) coupe P en J.
1°) Faire une figure.
2°) Justifier que les points O et I appartiennent au plan (MAB).
3°) Les points O, I, J sont-ils alignés ?

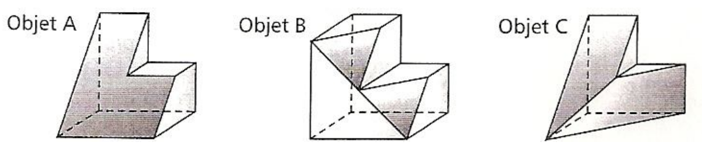
13 Un cube ABCDEFGH a été tronqué en un coin tel que IJ = JK = KI = EI = KG = JB.
Où doit-on placer le carré et le triangle manquants pour obtenir un patron de ce solide.



14 Troncatures de cubes

Quatre machines sont capables de travailler le bois et d'effectuer les coupes suivantes :





1°) On a usiné un objet A. Dans quelles machines est-il passé ? L'ordre a-t-il une importance ?
2°) Dans quelles machines est passé le cube pour obtenir l'objet B ?
3°) Dans quelle machine est passé l'objet A pour obtenir l'objet C ?

15 Soit ABCD un tétraèdre. Soit I un point quelconque de]AB[et J un point quelconque de]CD[.
Déterminer l'intersection des plans (ABJ) et (CDI).

Corrigé et commentaires

Les exercices $\boxed{\mathbf{1}}$ et $\boxed{\mathbf{2}}$ permettent de reprendre les notions sur les droites et les plans de l'espace :
- droites et plans illimités dans toutes les directions ;
- droites coplanaires, non coplanaires, sécantes ou parallèles ;
- intersection de deux plans ;
- théorème de géométrie dans l'espace sur le parallélisme.

$\boxed{\mathbf{1}}$ Lecture de l'énoncé : on remarquera que le plan défini par les points A, B, C est noté (ABC) (ou (BAC) ou (CAB), etc.), on nomme les points si possible dans l'ordre alphabétique.

Ne pas tracer le plan (ABC).
La droite Δ n'apparaît pas sur la figure.
Raisonnement abstrait propre à l'espace (jamais fait en géométrie plane).
On raisonne sur des objets que l'on ne voit pas forcément sur une figure (contrairement à ce qui se passe en géométrie plane).
C'est l'une des difficultés de la géométrie dans l'espace.

N.B. : on peut aussi utiliser le théorème du toit.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Observer que Δ ne traverse pas la face ABCD (elle reste extérieure au carré ABCD).

$\boxed{\mathbf{8}}$ On peut utiliser la méthode par parallélisme (méthode la plus simple) ou par tracé hors solide (un peu plus compliquée).

Pour la méthode par tracé hors solide (prolongement les droites) :

On trace déjà les segments [IJ] et [JK].
On prolonge les droites (IJ) et (JK).
La droite (IJ) coupe la droite (AB) en un point R ; la droite (JK) coupe la droite (BC) en un point S.
On trace la droite (RS) ; la droite (RS) coupe la droite (CD) en un point T.
La droite (TK) coupe la droite (DH) en un point L.
On trace les segment [KL] et [IL] en pointillés.

La section du cube par le plan (IJK) est le quadrilatère IJKL.
Le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

$\boxed{\mathbf{15}}$ $(ABJ) \cap (CDI) = (IJ)$